

Fysik og virkelighed

Kurt Jakobsen

F & K Forlaget



Kurt Jakobsen

FYSIK OG VIRKELIGHED

F & K Forlaget

FYSIK OG VIRKELIGHED
af Kurt Jakobsen

© F&K Forlaget
Slotsgade 2³
2200 København N

Omslag: Jørn Særker Sørensen
Tilrettelæggelse: Steen Hoffmann
Trykt hos Budolfi Tryk, Aalborg
Mekanisk, fotografisk eller anden gengivelse
af denne bog eller dens enkelte dele er
ikke tilladt uden lovlig hjemmel.

ISBN 87-87229-46-3

1. udgave 1985.

FORORD

Denne bog er et forsøg på flere ting :
at beskrive nogle helt aktuelle problemstillinger fra den moderne fysik
at pege på områder af filosofisk karakter, hvor fysik kan bidrage til indsigt
at gøre opmærksom på, at fysik ikke er et urokkeligt, næsten naturgivet formelapparat, men snarere en række veksellende modeller afhængig af den kulturelle og historiske sammenhæng.

Bogens tyngdepunkt ligger i Kap. 3 (Kvantemekanikkens filosofi), men de to foregående "opvarmningskapitler" med tilhørende øvelser er søgt udformet, så de kan stå alene. Kap. 2 : Brownske bevægelser . Kap. 3 : Determinisme. Man kan således udmærket forestille sig et lille undervisningsforløb om "brownske bevægelser". I et sådant kan *Øvelse 3 + Stor Øvelse 1 og Stor Øvelse 2 efter min mening* glimrende erstatte to gængse fysikøvelser.

I forhold til hvordan fysikbøger plejer at se ud, så er stil og valg af emner flere steder temmelig utraditionel. Det er mit håb, at dette vil trække flere til, end det vil skræmme væk.

København juni 1985

Kurt Jakobsen

INDHOLDSFORTEGNELSE

Kapitel 1. Brownske bevægelser

§ 1	Brownske bevægelser	7
§ 2	En model for brownske bevægelser	9
§ 3	Teoretisk behandling af random-walk	11
§ 4	Einstein's ligning	13
§ 5	Den Brownske Ubestemthedsrelation	14
§ 6	En principiel grænse	17
§ 7	Årsagen til de brownske bevægelser	20

Kapitel 2. Determinisme

§ 8	Determinisme	25
§ 9	Determinisme i et isoleret system (klassisk) ..	26
§ 10	Laplace's dæmon	30

Kapitel 3. Kvantemekanikkens filosofi

§ 11	Dobbeltpalte-eksperimentet	34
§ 12	Kvantemekanik. En statistisk teori	41
§ 13	Er kvantemekanikken fuldstændig ?	43
§ 14	Den Heisenberg'ske Ubestemthedsrelation	47
§ 15	Københavnserfortolkningen af kvantemekanikken ..	50
§ 16	EPR-argumentet. Niels Bohr's svar	57
§ 17	Bohm's tankeeksperiment	64
§ 18	En lokal-realist's analyse af Bohm's tankeeksp.	67
§ 19	Aspect's forsøg	71

§ 20	Albert og den gode smag	75
§ 21	Verden efter Aspect	77
§ 22	Professoren tager til København	81
§ 23	Mystisk fysik	84

Store øvelser

Stor øvelse 1:

Computer-simulation af "Random-Walk"	86
--	----

Stor øvelse 2:

Eksperimentel undersøgelse af Einstein's ligning	87
--	----

Stor øvelse 3:

Gnidning i væsker	90
-------------------------	----

Stor øvelse 4:

Numerisk løsning af bevægelsesligninger	92
---	----

Stor øvelse 5:

Det virkelige dobbeltspalte-eksperiment	96
---	----

Appendiks A	99
--------------------------	----

Stikordsregister	102
-------------------------------	-----

Litteraturhenvisninger	104
-------------------------------------	-----

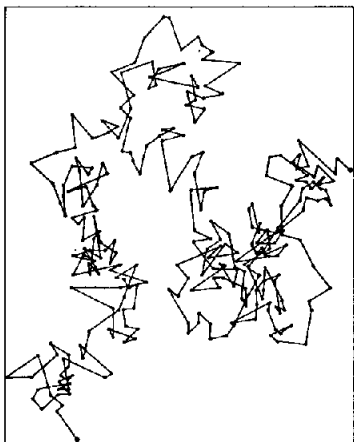
Kapitel 1. Brownske bevægelser

§ 1 Brownske bevægelser

I 1827 opdagede den skotske botaniker Robert Brown ved hjælp af sit mikroskop, at små partikler, opslemmet i vand, ustandselig bevæger sig omkring. (De små partikler stammede fra blomsters støvkorn).

Brown var ikke den første, der havde lagt mærke til dette; men han var den første, der gav sig til at foretage en systematisk udforskning af fænomenet.

Brown's umiddelbare forklaring på partiklernes opførsel var, at de bevæger sig, fordi det drejer sig om små levende organismer. Denne hypotese viste sig dog hurtigt at være forkert, idet selv kogte partikler vedblev at bevæge sig. Endvidere udviste fintmalede prøver af rent uorganiske materialer (som f.ex. glas, granit og et lille stykke sfinks) samme opførsel.



Brownske bevægelser.

En partikel er fotograferet hvert 20. sekund (prikkerne). De rette linier mellem prikkerne er matematiske hjælpelinier. Imellem optagelserne kan partiklerne godt have beskrevet en ligeså uregelmæssig bane, som hele den, der er vist.

Som resultat af sine undersøgelser kunne Brown fastslå:

- (1) Såvel organiske som uorganiske materialer udviser brownske bevægelser.
- (2) De enkelte partikelbaner er meget uregelmæssige, og med mange bratte knæk (se figuren side 7).
- (3) Bevægelserne går ikke i stå. De aftager faktisk slet ikke i livlighed (selv ikke over lange tidsrum som år).

Øvelse 1

- (a) Kunne du have foreslået en årsag til disse bevægelser, hvis du havde levet i 1800-tallet ?
- (b) Samme spørgsmål, hvis du "glemmer" en eller flere af ovenstående tre eksperimentelle kendsgerninger.
- (c) Mange tidlige forsøg på at forklare de brownske bevægelser harmonerede ikke med følgende eksperiment :
En mikroskopisk vanddråbe opslemmet i olie udviser også karakteristiske brownske bevægelser.

Hvordan stemmer dette overens med dine forslag ?

Øvelse 2

Følgende fire faktorer kan umiddelbart tænkes at have indflydelse på, hvor livlige de brownske bevægelser er :
temperaturen, partiklernes størrelse, partiklernes masse samt væskens viskositet (viskositet er et mål for en væskes "sejhed"; olie har større viskositet end f.ex. vand).

Brug din "fysiske fornemmelse/forståelse" til at gætte, om de fire nævnte parametre vil hæmme eller opmuntre de brownske bevægelser.

Hvordan skal man afgøre, om de foreslåede svar er i overensstemmelse med virkeligheden ?

§ 2 En model for brownske bevægelser

I dette afsnit vil vi opstille en rent beskrivende (fænomenologisk) model for de brownske bevægelser.

Foreløbig vil vi ikke søge at finde årsagen til, at partiklerne bevæger sig, men blot kvantitativt prøve at skildre partiklernes opførsel.

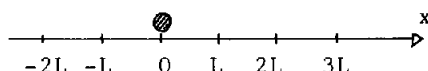
Ved at betragte figuren side 7, kan man måske få den idé at beskrive banen for en brown-partikel, ved en såkaldt "random-walk".

For ikke at komplicere sagen unødigt vil vi først betragte "random-walk i én dimension".

Med dette menes :

En partikel starter til tiden

$t=0$ i punktet $x=0$. Partiklen



kan kun bevæge sig langs

x -aksen, og kun i ryk af længden L (enten mod højre eller mod venstre). Retningen af hvert enkelt skridt afgøres helt tilfældigt (f.ex. ved at slå plat/krone med en mønt).

Filosofien bag dette er en antagelse om, at antal skridt og den forløbne tid er proportionale (jvf. teksten til figuren side 7).

Øvelse 3

Tegn en tallinie som vist på side 9. Start i $x=0$.

Kast en mønt. Gå et skridt til højre ved plat, og et til venstre ved krone. Med din nye position som udgangspunkt gentages ovenstående.

Notér, hvor langt du efter ialt 5 kast er kommet fra udgangspunktet $x=0$ (og om det er til højre eller venstre).

Gentag hele proceduren mange gange.

Saml resultaterne i et skema af nedenstående form (Hvis I er flere hold i en klasse, kan I få rigtig mange data).

Forsøg nr.	1	2	3	...
x				
x^2				

Udfyld rækken x^2 .

Udregn gennemsnittet af x , og af x^2 . Disse to tal betegnes henholdsvis $\langle x \rangle$ og $\langle x^2 \rangle$.

Hvilke værdier for $\langle x \rangle$, og for $\langle x^2 \rangle$, vil du, udfra din hidtidige erfaring med "random-walk", forvente at få, hvis der i hvert forsøg tages f.ex. 10 skridt (i stedet for 5) ?

Se stor øvelse 1 (Computer-simulation af random-walk)

§ 3 Teoretisk behandling af random-walk

Betragt nu en "én-dimensional random-walk". Der foretages N skridt. Ved mange gentagelser af et sådant forsøg vil partiklen ende forskellige steder, x .

$$x = -N, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, N.$$

Gennemsnitlig vil partiklen ende i f.ex. $x=-2$ og i $x=+2$ lige hyppigt, så det må forventes, at gennemsnittet $\langle x \rangle$ i det lange løb bliver nul : $\langle x \rangle = 0$.

Med stigende N er partiklen selvfølgelig tilbøjelig til at ende længere og længere væk fra startpunktet. Man kunne derfor spørge, "hvad er den gennemsnitlige afstand, som partiklen tilbagelægger" ? Her regnes afstanden uden fortegn, så forsøgsresultater som $x=-2$ og $x=+2$ vil ikke (som før) ophæve hinanden, når gennemsnittet regnes ud.

x^2 er positiv for både positive og negative x 'er, så $\langle x^2 \rangle$ kan bruges som et mål for, hvor langt partiklen driver væk fra startpunktet ⁺).

Hvis $N=1$ gælder enten $x=+L$ eller $x=-L$. Her fås selvfølgelig altid $x^2=L^2$, og dermed også altid $\langle x^2 \rangle = L^2$.

Gennemsnitsværdien af x^2 for $N>1$ kan nu fås ved følgende ræsonnement :

Lad x_{N-1} betegne partiklens position efter næstsidste skridt, og lad x_N betegne partiklens position et skridt senere. Så må enten gælde, at $x_N = x_{N-1} + L$, eller at $x_N = x_{N-1} - L$.

⁺) Det ville måske umiddelbart forekomme mere naturligt at bruge $\langle |x| \rangle$, men rent matematisk viser det sig mere bekvemt at anvende kvadratet.

For kvadraterne fås

$$\begin{array}{l|l} x_N = (x_{N-1} + L) \Rightarrow & x_N = (x_{N-1} - L) \Rightarrow \\ x_N^2 = x_{N-1}^2 + L^2 + 2 \cdot x_{N-1} \cdot L & x_N^2 = x_{N-1}^2 + L^2 - 2 \cdot x_{N-1} \cdot L \end{array}$$

I mange uafhængige gentagelser af forsøget vil de to ovenstående muligheder forekomme lige hyppigt, så gennemsnitligt fås :

$$\begin{aligned} \langle x_N^2 \rangle &= \frac{1}{2} \cdot \langle (x_{N-1}^2 + L^2 + 2 \cdot x_{N-1} \cdot L) + (x_{N-1}^2 + L^2 - 2 \cdot x_{N-1} \cdot L) \rangle \\ &= \langle x_{N-1}^2 + L^2 \rangle \\ &= \langle x_{N-1}^2 \rangle + L^2 \end{aligned}$$

$$\text{For } N=2 : \quad \langle x_2^2 \rangle = \langle x_1^2 \rangle + L^2 = L^2 + L^2 = 2 \cdot L^2$$

$$\text{For } N=3 : \quad \langle x_3^2 \rangle = \langle x_2^2 \rangle + L^2 = 2 \cdot L^2 + L^2 = 3 \cdot L^2$$

⋮

$$\text{For } N : \quad \langle x_N^2 \rangle = \dots = N \cdot L^2$$

Konklusion :

I en "én-dimensional random-walk" med start i $x=0$ gælder :

$$\langle x \rangle = 0 \quad \text{og} \quad \langle x^2 \rangle = N \cdot L^2$$

Øvelse 4

Sammenlign de netop udledte formler med resultaterne fra Øvelse 3, og fra Stor Øvelse 1.

§ 4 Einstein's ligning

Efter nu nærmere at have undersøgt nogle matematiske konsekvenser af de i § 2 opstillede hypoteser om de brown-ske bevægelers natur, kan vi slutte følgende :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fra § 2 : } N \propto t \\ \text{Fra § 3 : } N \propto \langle x^2 \rangle \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\langle x^2 \rangle = K \cdot t} .$$

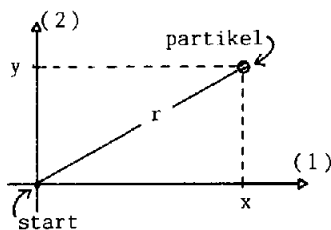
K er en størrelse, der ikke afhænger af t ⁺⁾ .

Denne ligning, som jeg vil kalde Einstein's ligning, er så godt som hele grundlaget for de efterfølgende teoretiske overvejelser. Men inden vi fortsætter med dem, vil vi stoppe op et øjeblik for at overveje, om vores model overhovedet har noget med virkeligheden at gøre. En sådan verifikation er virkelig mulig, idet ligningen $\langle x^2 \rangle = k \cdot t$ kan efterprøves eksperimentelt (se Stor Øvelse 2).

Konklusionen efter talrige omhyggeligt udførte eksperimenter er iøvrigt, at "random-walk modellen" rimeligt beskriver, hvorledes brown-ske partikler opfører sig.

Øvelse 5

Overvej, at det for en brownsk partikel må gælde, at $\langle y^2 \rangle \propto t$, og at proportionalitetsfaktoren må være den samme som i ligning 13.1 . Altså $\langle y^2 \rangle = K \cdot t$.
Vis herefter : $\langle r^2 \rangle = \sqrt{2} \cdot K \cdot t$.



⁺⁾ I denne forbindelse betyder x : partiklens x-koordinat.

§ 5 Den Brownske Ubestemthedsrelation

Betragt en bestemt brownsk partikel i et vist tidsrum, Δt . På grund af bevægelsens tilsyneladende statistiske natur, kan vi ikke med sikkerhed sige, hvor langt partiklen driver væk fra startpositionen. Men Einstein's ligning $\langle x^2 \rangle = K \cdot \Delta t$ fortæller, at den sandsynligste afstand er af størrelsesordenen $\Delta x = \sqrt{K \cdot \Delta t}$. Denne størrelse er åbenbart et mål for, hvor nøjagtigt, vi i vores statistiske beskrivelse kan udtale os om, hvor partiklen er. Δx kaldes ubestemtheden på x-koordinaten.

$$\Delta x = \sqrt{K \cdot \Delta t}.$$

Øvelse 6

Definitionen ovenfor på Δx stemmer overens med det "sædvanlige" mål for ubestemtheden på en målelig størrelse :

$$\Delta x = \text{RMS}(x) = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}, \text{ (Root-Mean-Square).}$$

Eftervis denne påstand.

Eftersom en brownsk partikel i tidsintervallet Δt gennemsnitligt tilbagelægger vejen Δx , vil partiklens fart i middel være $\Delta x / \Delta t$.

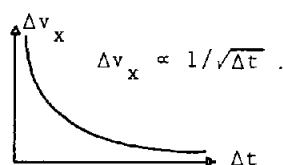
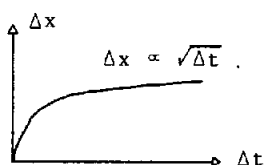
Størrelsen $v_x = \Delta x / \Delta t$ er følgelig et mål for, hvor nøjagtigt vi i den brownske bevægelse kan fastslå partiklens hastighed. (Vi antager, at partiklen ikke foretrækker den ene af de to retninger, højre/venstre, frem for den anden. Altså at $\langle v \rangle = 0$).

Δv_x kaldes ubestemtheden på hastigheden (i x-retningen).

Vi får fra ligning 14.1 : $\Delta v_x = \Delta x / \Delta t = (\sqrt{K \cdot \Delta t}) / \Delta t$

$$\Leftrightarrow \Delta v_x = \sqrt{K} / \sqrt{\Delta t} .$$

Se stor øvelse 2 (Eksperimentelundersøgelse af Einstein's ligning)



Af graferne ses, at Δx stiger meget hurtigt i begyndelsen, for siden at flade ud. Dette svarer til, at Δv_x er meget stor i begyndelsen, for siden at nærme sig nul.

I begyndelsen tilbagelægges en forholdsvis stor afstand på kort tid (Selv ganske få skridt flytter jo partiklen et stykke af størrelsesordenen L , så hvis partiklen foretager mange skridt pr. sekund, bliver hastigheden tilsvarende stor).

Senere er det derimod sådan, at selvom Δt øges, så vokser den tilbagelagte strækning ikke tilsvarende (Partiklen bevæger sig ikke særlig langt, selvom den får tid til det).

Fra ligning 14.1 og 15.1 fås $\Delta x \cdot \Delta v_x = \sqrt{K \cdot \Delta t} \cdot \sqrt{K} / \sqrt{\Delta t}$

$$\Leftrightarrow \Delta x \cdot \Delta v_x = K .$$

Udtrykket 15.2 kaldes Brown's Ubestemthedsrelation.

Altså :

Hvis en brownsk partikel observeres i et vist tids-
interval, Δt , må vi regne med at finde (tilsynela-
dende) tilfældige fluktuationer både i partiklens
position og i dens hastighed. Såvel størrelsen af
 Δx som af Δv_x afhænger af Δt , men produktet gør
ikke : $\Delta x \cdot \Delta v_x = K$.

Af ligning 15.2 ses, at hvis Δx gøres lille, bliver Δv_x stor; og vice versa.

Dette betyder, at hvis vi vil stedfæste partiklen meget nøjagtigt ($\Delta x \approx 0$), så sker det på bekostning af en stor ubestemthed på hastigheden ($\Delta v_x = K/\Delta x$).

Tilsvarende vil en meget nøjagtig hastighedsbestemmelse ($\Delta v_x \approx 0$), resultere i stor usikkerhed med hensyn til, hvor partiklen befinder sig ($\Delta x = K/\Delta v_x$).

Indenfor rammerne af vores model kan man selvfølgelig ikke samtidig bestemme en partikels position og hastighed med vilkårlig god nøjagtighed. Produktet af ubestemthederne Δv_x og Δx kan jo ikke gøres mindre end K . Dette resultat er en logisk følge af den opstillede models statistiske natur.

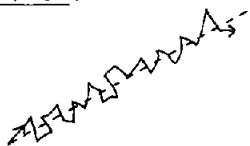
I nærværende model prøver vi ikke at forudsige den enkelte partikels opførsel, men snarere at give en statistisk beskrivelse af et stort antal (ens præparerede) partiklers bevægelsesmønstre. I samme ånd udtaler modellen sig heller ikke om den dybere årsag til, at de brownske partikler overhovedet bevæger sig.

Modellen lader åbenbart et særdeles relevant spørgsmål stå helt åbent : "Er det muligt at finde en mere fundamental model end den foreliggende, således at det (i hvert fald i princippet) er muligt i detalje at forstå/forudsige den enkelte partikels bevægelse, samt årsagen/mekanismen bag det hele" ?

§ 6 En principiel grænse

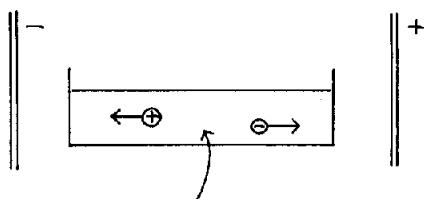
Indtil nu har vi kun betragtet brownske partikler, der ikke har haft nogen "netto-hastighed"; altså partikler, hvis gennemsnitshastighed, $\langle v \rangle$, var nul.

Dette forhold kan ændres ved at påvirke de brownske partikler med en passende ydre kraft, således at de brownske bevægelser overlejres af en fælles ordnet bevægelse i en bestemt retning. Hastigheden i denne ordnede bevægelse kaldes drifthastigheden, og den betegnes med v_d . Se figuren.

<u>$\langle v \rangle = 0$.</u>  <u>Partiklens hastighed :</u> $v = v_b$. v_b : den stærkt uregelmæssige brownske hastighed.	<u>$\langle v \rangle \neq 0$.</u>  <u>Partiklens hastighed :</u> $v = v_d + v_b$. Der gælder : $\langle v \rangle = \langle v_d \rangle + \langle v_b \rangle \quad \Leftrightarrow$ $\langle v \rangle = \langle v_d \rangle + 0 = v_d$.
--	--

Sådan kan man tildele en brownsk partikel en drifthastighed :

Da brownske partikler ofte er elektrisk ladede (eller forholdsvis nemt kan gøres det), så vil en spændingsforskel over to metalplader, anbragt på hver sin side af beholderen med de brownske partikler, få partiklerne til at drive til en af siderne. Hvilken side, den enkelte partikel tvinges til, afhænger af den elektriske ladnings fortegn.



væske med brownske partikler

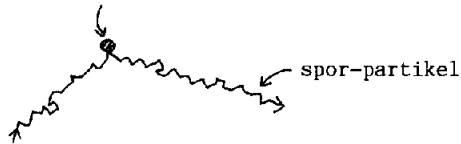
Lad os nu forestille os, at mikroskopet ikke var opfundet, således at man ikke direkte kunne iagttage brownske partiklers bevægelser.

Lad os endvidere antage, at det er lykkedes at fremstille et fint pulver af et passende materiale med den egenskab, at brownske partikler af dette stof afsætter et direkte observerbart spor i den benyttede væske (F.ex. i form af en række små bobler eller lignende). Det skal præciseres, at disse spor-partikler også selv udfører brownske bevægelser.

Ved hjælp af sådanne spor-partikler kunne man nu konstatere tilstedeværelsen/eksistensen af andre (usynlige) brownske partikler. Se figuren næste side.

Sammenstød mellem to browniske partikler.

en usynlig brownsk partikel



Det er indlysende, at spor-partiklerne skal have en passende stor drifthastighed, for at et sammenstød overhovedet kan erkendes at have fundet sted. Hvis nemlig ikke $v_d \gtrsim v_b$, så vil man ikke kunne afgøre, om et knæk på spor-partiklens bane stammer fra et sammenstød med en anden brownsk partikel, eller om det blot er et af de "naturlige" brownske knæk. Sammenholdes denne betingelse med Brown's Ubestemthedsrelation fås et interessant resultat :

I følge ligning 15.2, $\Delta x \cdot \Delta v_x = K$, kan en spor-partikel med den brownske hastighed, v_b , ikke stedbestemmes bedre end til $\Delta x \gtrsim K/v_b$. Da $v_d \gtrsim v_b$ fås :

$$\Delta x \gtrsim K/v_d .$$

Altså : På grund af spor-partiklernes egne brownske bevægelser kan de højst afsløre detaljer af størrelsen K/v . Dette er en principiel grænse, der under de givne forudsætninger (intet mikroskop) ikke på nogen måde kan overskrides.

Af ligning 19.1 ses, at man kan stedbestemme en (usynlig) brownsk partikel med vilkårlig stor nøjagtighed ved blot at skyde på den med meget hurtige spor-partikler.

Dette har dog den ulempe, at objektet så får et ordentligt skub, således at den præcise stedmåling resulterer i en stor (ukontrollabel) ubestemthed i partiklens oprindelige hastighed. Igen ses, at det ikke er muligt samtidigt at måle en brownsk partikels hastighed og position vilkårligt nøjagtigt.

Vi er dog ikke helt fortabte, idet det viser sig, at K aftager med væskens temperatur. Under passende forsøgsbetingelser kan vi følgelig alligevel reducere den principielle ubestemthed, $\Delta x \gtrsim K/v$, ned til en given ønsket nøjagtighed.

Ovenstående problematik opløses selvfølgelig, hvis vi tillader brug af mikroskoper, således at de ellers usynlige brownske partikler direkte kan iagttages.

Øvelse 7

Beskriv, hvorledes du ved hjælp af et mikroskop samtidigt kan bestemme en brownsk partikels hastighed og position. Er der noget principielt i vejen for, at ubestemthederne for disse to størrelser begge kan gøres vilkårligt små ?

§ 7 Årsagen til de brownske bevægelser

Efter at Robert Brown med sine systematiske undersøgelser havde gjort de brownske bevægelser til et interessant fænomen, fremkom der op gennem 1800-tallet mange fantasifulde forslag til, hvad årsagen til disse bevægelser kunne være.

Eksempler :

- 1) Bevægelserne skyldes temperaturforskelle i det stærkt belyste vand.
- 2) Bevægelserne skyldes strømme i vandet hidrørende fra væskens fordampning.
- 3) Bevægelserne skyldes elektriske tiltræknings/frastødningskræfter partiklerne imellem.

Sådanne forsøg på at finde "drivkraften" bag de brown-ske partiklers ustandselige bevægelser led dog alle af den svaghed, at de var overvejende kvalitative; og derfor ikke, ud fra et videnskabeligt synspunkt, særligt tilfredsstillende.

Det skulle blive Albert Einstein, der i 1905 kom og rettede op på dette forhold; og tankevækkende nok, uden at han på forhånd kendte det omtalte fænomen. Han forudsagde nemlig eksistensen af de brownske bevægelser udfra rent teoretiske overvejelser.

Endvidere formulerede Einstein en kvantitativ teori, der de følgende år til fulde blev eksperimentelt eftervist.

Teorien går kort fortalt ud på, at en mikroskopisk partikel ($d \approx 1 \mu\text{m}$) opslemmet i en væske vil udvise en zig-zag lignende bevægelse, fordi væskens molekyler ustandselig bombarderer partiklen fra alle sider. Det enkelte sammenstød er alt, alt for ubetydeligt til, at det umiddelbart kan registreres. Men på grund af små tilfældige koncentrationsforskelle, vil partiklen i et vist tidsrum rammes af et forholdsvis stort antal molekyler fra én bestemt side, og således foretage et anseeligt ryk i denne retning.

Einstein's fortjeneste ligger i, at han afklarede nogle kvantitative konsekvenser af denne atom-hypotese. Han udledte nemlig udfra teoretiske overvejelser det, vi har kaldt Einstein's ligning ($\langle x^2 \rangle = K \cdot t$), samt, og det er det væsentlige, et udtryk for proportionalitetsfaktoren K :

$$K = \frac{R \cdot T}{N_A} \cdot \frac{1}{3 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r}$$

R : gaskonstanten η : væskens viskositet
 N_A : Avogadro's konstant r : partiklens radius
T : væskens (absolutte) temperatur .

En simplificeret udgave af Einstein's argumenter findes i Appendiks A (side 99) .

Alle parametre i ovenstående udtryk (undtagen N_A) er størrelser, der er defineret rent makroskopisk (det vil sige uden at referere til et eventuelt underliggende atomart niveau). Se Øvelse 8 samt Stor Øvelse 3. N_A har derimod kun mening, hvis et atomart niveau virkelig eksisterer.

Ved at måle K (jvf. Stor Øvelse 2), og indsætte de kendte/målte værdier for R, T, η og r, kan man således finde en værdi for N_A . Denne værdi kan så sammenlignes med værdier opnået ved helt andre metoder (f.ex. rent kemiske).

Endvidere kan man eksperimentelt undersøge K's afhængighed af partiklernes størrelse, væskens temperatur og viskositet, og se, at det stemmer med formlen.

Dette bestyrker en i, at antagelsen om molekylstød som årsag til de brownske bevægelser, er rigtig.

Einstein's teori, og dens efterfølgende eksperimentelle bekræftelse, kom for datidens etablerede videnskab til at stå som et overbevisende vidnesbyrd om, at atomerne virkelig er til (og ikke blot er et hensigtsmæssigt, abstrakt hjælpemiddel til at forklare visse fænomener).

Einstein :

"Overensstemmelsen mellem teorien og eksperimenter overbeviste de på den tid mange skeptikere om atomernes realitet. Disse videnskabsmænds antipati mod atomteorien kan utvivlsomt spores tilbage til deres positivistiske filosofiske grundholdning. Dette er et interessant eksempel på det faktum, at selv fremragende videnskabsmænd på grund af filosofiske fordomme vægrer sig ved at drage de nødvendige konklusioner".

Vi skal senere se, at disse ord nogle ti-år senere (med rette) blev vendt mod Einstein selv. Det gør dem bestemt ikke mindre interessante.

Øvelse 8

Hvordan kan man egentlig måle gaskonstanten R ?

Øvelse 9

Hvad betyder ordet "positivistisk" ? (Brug eventuelt en fremmedordbog).

Forklar indholdet af omstående Einstein-citat.

Se stor øvelse 3 (Gnidning i væsker)



Albert Einstein som dreng

Kapitel 2. Determinisme

§ 8 Determinisme

Vi er nu i stand til at besvare det spørgsmål, som blev stillet i slutningen af § 5 : Er det muligt at finde en model for browniske bevægelser, som

- (a) i detalje kan forudsige den enkelte partikels bane ?
- (b) kan angive årsagen til partiklernes tilsyneladende uophørlige bevægelser ?

Svaret på (b) er efter Einstein's arbejde helt afklaret : De observerede browniske bevægelser skyldes eksistensen af et dybereliggende (umiddelbart utilgængeligt) atomart niveau.

Af denne kendsgerning følger, at man ikke kan forvente at finde alle de faktorer, der bestemmer en given brownsk partikels bane, udelukkende på "mikroskop-niveau". Man må regne med, at flere (de fleste) af disse faktorer skal søges på det underliggende atomare niveau.

Dette er præcis grunden til, at en ren "mikroskop-beskrivelse" højst vil kunne afsløre statistiske lovmæssigheder. Med hensyn til detaljer i den enkelte bane, vil beskrivelsen altid være mangelfuld.

Ovenstående bemærkninger giver også svaret på spørgsmålet (a). I følge den klassiske fysik er det nemlig muligt (i hvert fald principielt) eksakt at forudsige de enkelte væskemolekyleres og browniske partiklers baner. Til dette kræves blot, at man til et eller andet tidspunkt kender hver

enkelt partikels position og hastighed, samt at man besidder fuld viden om de kræfter, med hvilke partiklerne indbyrdes påvirker hinanden. Herefter vil det videre forløb være entydigt fastlagt af Newtons Bevægelseslove (se § 9).

Eftersom der f.ex. i 1 liter vand findes af størrelsesordenen 10^{25} molekyler, er en sådan detaljeret beskrivelse, en i praksis helt uoverkommelig opgave. Det afgørende er imidlertid tilliden til det principielt mulige i at løse det skitserede problem.

Den netop beskrevne egenskab ved den klassiske fysiks love betegnes determinisme.

Determinisme : Udfra visse begyndelsesbetingelser er et systems fremtidige udvikling entydigt fastlagt. Der er kun én mulighed. Overladt til sig selv er systemet så at sige "sat på skinner" (uden mulighed for spontane sidespring).

§ 9 Determinisme i et isoleret system (i den klassiske fysik)

Hvis man til ethvert tidspunkt, t , er i stand til at angive en given partikels stedkoordinat, $s(t)$, så ved man alt om den pågældende partikels bevægelse. Beskrivelsen er fuldstændig.

Eksempelvis kan partiklens hastighed til et ønsket tidspunkt udregnes ved :

$$v = \frac{\text{tilbagelagt strækning}}{\text{forbrugt tid}} \Leftrightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (\Delta t \text{ "lille"})$$

Δt angiver et lille tidsinterval, og Δs angiver den tilhørende ændring i partiklens stedkoordinat.

Analogt kan partiklens acceleration til et ønsket tidspunkt udregnes ved :

$$a = \frac{\text{hastighedsændring}}{\text{forbrugt tid}} \Leftrightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (\Delta t \text{ "lille"}).$$

Δt angiver et lille tidsinterval, og Δv angiver den tilhørende ændring i partiklens hastighed ⁺⁾ .

Man kan også gå den anden vej. Ud fra et fuldstændigt kendskab til en partikels acceleration, kan man finde $s(t)$.

Bevis : $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Leftrightarrow a(t) = \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} \Leftrightarrow$

$$v(t + \Delta t) = v(t) + a(t) \cdot \Delta t .$$

Endvidere

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Leftrightarrow \frac{v(t) + v(t + \Delta t)}{2} = \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t}$$

(middelhastigheden)

$$\Leftrightarrow s(t + \Delta t) = s(t) + \frac{1}{2}(v(t) + v(t + \Delta t)) \cdot \Delta t$$

Har partiklen til et vist tidspunkt, t , stedkoordinaten $s(t)$ og hastigheden $v(t)$, kan man ved hjælp af ligning 27.1 finde partiklens hastighed til tiden $t + \Delta t$ (vi antager jo $a(t)$ kendt). Herefter kan partiklens nye position findes ved hjælp af ligning 27.2. Vi har altså nu fundet både partiklens position og hastighed til tidspunktet $t + \Delta t$.

Ved at gentage ovenstående procedure med udgangspunkt i de nye værdier for v og s , kan positionen/hastigheden til

+)

Hvis man kan differentiere :

Partiklens hastighed og acceleration findes ved at differentiere $s(t)$ henholdsvis én og to gange.

$$v(t) = s'(t) \quad a(t) = s''(t) = v'(t) .$$

tiden $t + 2 \cdot \Delta t$ fastlægges. Fortsættes på denne måde kan partiklens position/hastighed til et vilkårligt senere tidspunkt bestemmes.

I følge "Newton's Anden Lov" er "den resulterende kraft på en partikel lig produktet af partiklens masse og dens acceleration" : $F_{\text{res}} = m \cdot a$. At kende en partikels acceleration er således ækvivalent til at kende den resulterende kraft, der påvirker partiklen. Med dette for øje kan vi sammenfatte det foregående således :

Lad en partikel til et bestemt tidspunkt, t , være i positionen $s(t)$, have hastigheden $v(t)$ og være påvirket af den resulterende kraft $F_{\text{res}}(t)$.

Partiklens position og hastighed til det senere tidspunkt $t + \Delta t$ er så entydigt fastlagt ved nedenstående tre regler :

$$(1) \quad a(t) = F_{\text{res}}(t)/m .$$

$$(2) \quad v(t + \Delta t) = v(t) + a(t) \cdot \Delta t .$$

$$(3) \quad s(t + \Delta t) = s(t) + \frac{1}{2}(v(t) + v(t + \Delta t)) \cdot \Delta t .$$

Ved at gentage den beskrevne procedure kan man på entydig måde forudberegne partiklens videre opførsel ⁺⁾ .

Haves et isoleret system ⁺⁺⁾ kan ovenstående bemærkninger anvendes på hver enkelt af systemets partikler. Da disse

⁺⁾ Hvis du kender integralregning :

$$a(t) = F_{\text{res}}(t)/m \Leftrightarrow v(t) = v(t_0) + \int_{t_0}^t a(t) dt \Leftrightarrow$$

$$s(t) = s(t_0) + \int_{t_0}^t v(t) dt .$$

⁺⁺⁾ Tænk f.ex. på et urværk, planetsystemet,

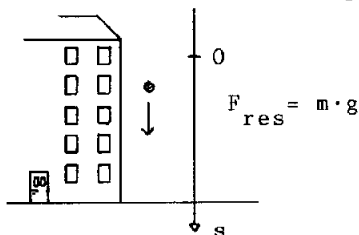
bestanddeles fremtidige baner hver især er helt forudsigelige, må hele systemets udvikling også være det.

Konklusion :

Et isoleret system, overladt til sig selv, udvikler sig på en helt entydig, forudbestemt måde (i følge den klassiske fysik).

Eksempel.

Den resulterende kraft på en sten, der tabes ud ad et vindue på femte sal, er lig produktet af stenens masse og den såkaldte tyngdeacceleration ($g = 9.82 \text{ m/s}^2$) : $F_{\text{res}} = m \cdot g$.



Antages stenen at starte sit fald med hastigheden nul fås :

$$t = 0 \text{ sek} : a(0) = F_{\text{res}}/m = g = 9.82$$

$$v(0) = 0 \quad s(0) = 0$$

t = 0.1 sek : Med $\Delta t = 0.1 \text{ sek}$ fås så fra ligningerne 28.1-3 :

$$a(0.1) = 9.82$$

$$v(0.1) = 0 + 9.82 \cdot 0.1 = 0.98$$

$$s(0.1) = 0 + \frac{1}{2}(0 + 0.982) \cdot 0.1 = 0.049$$

Hastigheden er vokset til 0.98 m/s, og den tilbagelagte strækning er 4.9 cm .

$$t = 0.2 \text{ sek} : a(0.2) = 9.82$$

$$v(0.2) = 0.98 + 9.82 \cdot 0.1 = 1.96$$

$$s(0.2) = 0.049 + \frac{1}{2}(0.98 + 1.96) \cdot 0.1 = 0.196$$

$$t = 0.3 \text{ sek} : \dots \dots \dots$$

Se stor øvelse 4 (Numerisk løsning af bevægelsesligninger)

§ 10 Laplace's dæmon

Op gennem 1700-tallet blev Newton's Love med stor succes anvendt på stadig nye områder, og den idé, at disse love havde universel gyldighed, voksede frem.

På denne baggrund drog franskmanden P.S. Laplace, som en af de første videnskabsmænd, følgende dristige konklusion : Hele Universet kan betragtes som en stor samling individuelle partikler. De kræfter, der indbyrdes virker mellem partiklerne, styrer helt deres bevægelser (i overensstemmelse med Newton's Love). Partiklernes positioner og hastigheder til et givet tidspunkt bestemmer således entydigt alle de fremtidige partikel-konstellationer i Universet; og dermed også alle senere hændelser (jvf. konklusionen side 29). De omtalte kræfter påstås ikke at være helt klarlagte i alle situationer, men dette antages kun at være et spørgsmål om tid (et spørgsmål om videnskabelige fremskridt).

Laplace :

En forstand, som i et givet øjeblik kendte alle de kræfter, der virker i naturen, og placeringen af alle de ting, verden består af – hvis vi antager, at denne forstand var omfattende nok til at underkaste alle disse oplysninger en undersøgelse – ville i den samme formel kunne beskrive bevægelsen for såvel universets største legemer som dets mindste atomer; intet ville være uvist for den, og den ville se både fremtiden og fortiden for sit blik.

For denne såkaldte "Laplace-dæmon" vil intet uventet eller overraskende nogensinde kunne indtræffe. Alle begivenheder siden Verdens Skabelse vil faktisk være forudbestemt.

Laplace betragtede åbenbart Universet som en slags gigantisk mekanisk maskine, der efter engang at være blevet konstrueret og startet, nu går sin forudsigelige, ubønhørlige gang (Det mekanistiske Verdensbillede).

Til sidst skal det understreges, at Det mekanistiske Verdensbillede ikke er en uundgåelig logisk konsekvens af Newton's fysik, men snarere en speciel filosofisk naturopfattelse (se Øvelse 10).

Øvelse 10

- (a) Da dine tanker og handlinger udløses af bestemte atomare processer i blandt andet din hjerne, og eftersom sådanne atomare processer (i følge Laplace) kan betragtes som en del af den store verdensmaskine, hvad så med det, der kaldes "den frie vilje" ?
- (b) Angående eksistensen af en verdensmaskine som en uundgåelig konsekvens af Newton's fysik :
- Giver det mening at betragte Universet som et isoleret system ? Kan alt i Universet reduceres til blot at være udslag af visse atomers bevægelser i rummet ? Er Universet virkelig ikke andet end "summen af dets bestanddele" ?
- Diskutér disse spørgsmål i lyset af nedenstående citater fra bogen "Fysikkens Tao" af F. Capra (Borgen 1980)

Den moderne videnskabs opståen indvarsledes og ledsagedes af en udvikling inden for den filosofiske tænkning, der førte til en yderliggående formulering af adskillelsen mellem ånd og materie. Denne formulering blev fremsat i det 17. årh. af René Descartes, hvis filosofi og naturopfattelse byggede på en grundinddeling af virkeligheden i to adskilte og uafhængige områder – nemlig bevidsthedens (*res cogitans*) og stoffets (*res extensa*). Denne »kartesianske spaltning« gjorde det muligt for videnskabsmændene at behandle stoffet som dødt og fuldstændig adskilt fra dem selv og at anskue den stofflige verden som en mangfoldighed af forskellige ting, der var samlet som i en gigantisk maskine. Denne mekanistiske verdensanskuelse deltes af Isaac Newton, som med dette udgangspunkt opstillede sine mekaniske love og gjorde dem til grundlaget for den klassiske fysik. Fra sidste halvdel af det 17. til slutningen af det 19. årh. dominerede den newtonske mekanistiske model af universet al videnskabelig tænkning. Den havde sit sidestykke i forestillingen om en evelvældig gud, der styrede verden fra sit høje stade og underlagde den sine guddommelige love. De grundlæggende lovmæssigheder i naturen, som videnskaben søgte efter, opfattedes således som guds uforanderlige og evige love, der styrede hele verden.

— — — — —

Descartes' filosofi havde ikke bare betydning for udviklingen af den klassiske fysik, men har udøvet en vældig indflydelse på vestlig tænkning helt indtil vore dage. Descartes' berømte udsagn »Cogito, ergo sum« – »Jeg tænker, altså er jeg til« – har ført det vestlige menneske til at identificere sig med sin bevidsthed snarere end med sin organisme som et hele. Som følge af den kartesianske spaltning opfatter de fleste mennesker sig som et særskilt jeg, der eksisterer »inden i« kroppen. Sindet er adskilt fra kroppen og har fået den utaknemmelige opgave at styre den, hvilket afføder en åbenbar konflikt mellem den bevidste vilje og de viljesuafhængige instinkter.

— — — — —

Denne indre brudning af mennesket afspejler dets opfattelse af verden »udenfor«, der ses som en flerhed af adskilte genstande og hændelser.

— — — — —

I modsætning til den mekanistiske vestlige opfattelse er det orientalske verdensbillede »organisk«. For den orientalske mystiker er der en indbyrdes forbindelse og sammenhæng mellem alle de fænomener, der opfattes med sanserne, og de udgør blot forskellige aspekter eller manifesteringer af den samme virkelighed. Vores tendens til at inddele den oplevede verden i enkelte og adskilte ting og opleve os selv som et særskilt jeg i denne verden opfattes i Østen som en illusion, der skyldes vores målende

og inddelende mentalitet. Den kaldes *avidya*, dvs. uvidenhed, i buddhistisk filosofi og anses for at være en tilstand i et forstyrret sind, der bør overvindes:

Når sindet er forstyrret, opstår der en mangfoldighed af ting, og når sindet finder ro, forsvinder tingenes mangfoldighed.

- - - - -

Da bevægelse og forandring er grundlæggende egenskaber ved tingene, er de kræfter, der forårsager bevægelsen, ikke anbragt uden for disse ting som efter den klassiske græske opfattelse, men er en iboende egenskab ved stoffet. I tråd med denne opfattelse er den orientalske forestilling om det guddommelige ikke en hersker, der leder verden fra oven, men et princip der styrer alting indefra:

Han som bor i alting
Og dog er noget andet end alting,
Som alting ikke kender,
Hvis krop alting er,
Som styrer alting indefra –
Han er din sjæl, den indre leder,
Den udødelige.

(c) Forhold dig til følgende :

Hvis Laplace's dæmon overhovedet kan tænkes at eksistere, må den vel enten høre med til Universet; eller også stå udenfor ?

Hvis den står udenfor, så omfatter Universet ikke alt!

Hvis dæmonen er en del af Universet, må den vel for at kunne foretage sine analyser vekselvirke med sine omgivelser (?) . Altså såvel påvirke, som selv blive påvirket af omverden ?

Kan du forestille dig en dæmon, der under disse omstændigheder er i stand til at blotlægge også sin egen bevidsthed (udi alle detaljer) ?

Konklusion ?

Kapitel 3. Kvantemekanikkens filosofi

§ 11 Dobbeltspalte-eksperimentet

Til belysning af grundlæggende fysiske lovmæssigheder, anvendes ofte såkaldte "tanke-eksperimenter".

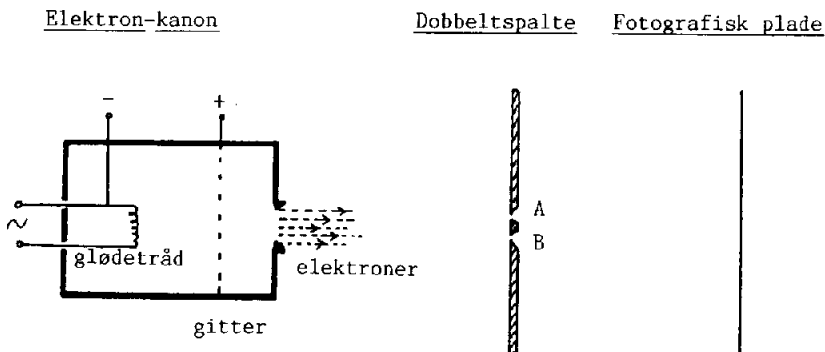
Ved dette forstås en forestilling om en idealiseret fysisk situation, hvor man ser bort fra alle mulige praktiske vanskeligheder, og øjeblikkelige eksperimentelle muligheder. Tilbage skulle der således stå en utilsløret "eksperimentel" konsekvens af et stykke teori. Bemærk, at indenfor rammerne af en given teoribygning findes udfaldet af et tanke-eksperiment udelukkende ved hjælp af en række rent logiske argumenter.

Styrken ved tanke-eksperimenter er, at de er i stand til at gøre væsentlige teoretiske problemstillinger meget anskuelige.

(Ovenstående bemærkninger skulle gerne afsløre det paradoksale i vittigheden om den teoretiske fysiker, der var så uheldig i sin omgang med apparatur, at selv hans tanke-eksperimenter mislykkedes !).

I dette afsnit vil jeg beskrive den moderne fysiks vel nok mest berømte tanke-eksperiment; nemlig det såkaldte "dobbeltspalte-eksperiment" (udført med elektroner). Se rammen overfor.

Dobbeltspalte-eksperimentet.



I elektronkanonen findes en glødetråd tilsluttet en vekselspænding. Fra en sådan metaltråd udsendes elektroner. Disse vil på grund af deres negative ladning blive accelereret henimod det positive gitter. Efter-
som denne elektrode er forsynet med en mængde for-
holdsvis store huller, vil nogle af elektronerne kun-
ne passere forbi, og fortsætte ud ad kanonløbet.

Energien af elektronerne i denne partikelstrøm er stort set bestemt af accelerationsspændingen, og det vil med god tilnærmelse gælde, at de udsendte elektroner alle har samme energi (som vi kan vælge).

Partikeltætheden kan vi også fastlægge (strømstyr-
ken i glødetråden, blændere, ...).

Elektronkanonen leverer følgelig en elektron-stråle med en veldefineret retning og intensitet.

Elektron-strålen rettes mod et metalfolie med to huller (dobbeltspalten), og den fotografiske plade registrerer de overlevende elektroner (som en klart af-
grænset sort prik) .

Lad os nu først se, hvad der sker, når kun den ene spalte er åben (f.ex. A). De elektroner, som passerer gennem denne spalte afsætter prikker på den fotografiske plade i et område, der stort set har samme form som spalten. Selve det svartede område er dog noget større end spalten; elektron-strålen spreder åbenbart lidt ud.

Dette er ikke særlig overraskende, idet ikke alle elektronerne kan forventes at bevæge sig helt parallelt.

Med en passende stor intensitet vil der afsættes så mange prikker, at de ikke umiddelbart kan skelnes fra hinanden; så under disse omstændigheder fås et (forstørret) jævnt sværtet billede af spalten. Se figur 1 (næste side) .

Svækkes intensiteten af elektron-strålen, vil sværtningen på den fotografiske plade bestå af små, isolerede prikker (alle afsat indenfor det samme område som før).

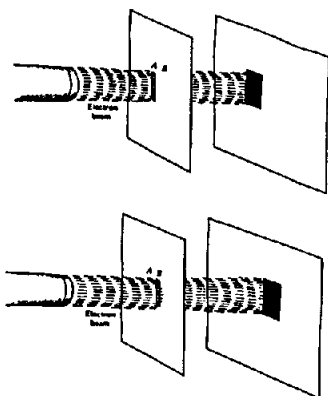
Hvis intensiteten gøres meget lille, så vil der rent faktisk kun afsættes én prik ad gangen.

Disse eksperimentelle kendsgerninger er tydelige vidnesbyrd om, at sværtningerne på pladen skyldes små, individuelle partikler.

Hvis det i stedet er spalte B, der alene er åben, fås selvfølgelig et helt tilsvarende mønster; blot er billedet nu flyttet om bag spalte B .

Det ovenfor beskrevne er den måde, på hvilken elektroner i virkeligheden opfører sig. Denne opførsel er forholdsvis nem at forstå, udfra en forestilling om elektroner, som små individuelle partikler. Ingen problemer.

Figur 1

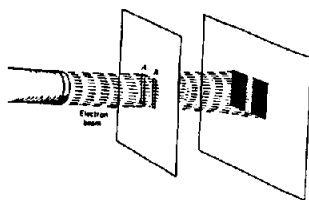


Et elektronstråle-eksperiment med kun én spalte åben ad gangen.

Men hvad nu, hvis begge spalter er åbne samtidigt ?

Ja; det fornuftige menneske ville vel ræsonnere som følger : Da elektroner åbenbart opfører sig som små individuelle partikler, må den enkelte elektron enten passere gennem spalte A eller gennem spalte B. Det mønster, der fremkommer på den fotografiske plade, vil følgelig blive "summen" af prikker fra henholdsvis "spalte A alene åben" og "spalte B alene åben". Se figur 2 .

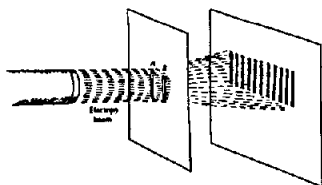
Figur 2



Dette er, hvad man vil forvente at observere i et dobbeltspalte eksperiment (men det er ikke det, som man får).

Figur 2 viser det forventede mønster, men desværre/heldigvis er naturen ikke sådan. Med begge spalter åbne fås et helt andet mønster. Se figur 3 næste side.

Figur 3



Dette er det billede, som man rent faktisk observerer i dobbeltspalte-eksperimentet.

Sværtningen på den fotografiske plade består i det virkelige eksperiment af en hel række smalle, parallelle striber (med områder imellem, hvor der ingen elektroner registreres).

Dette fuldstændig uventede resultat skyldes ikke, at elektronerne i strålen, på en eller anden måde, indbyrdes påvirker hinanden. Man får nemlig præcis de samme "tilladte" og "forbudte" områder, hvis intensiteten af elektronstrålen nedsættes så meget, at der til den fotografiske plade kun ankommer én elektron af gangen !

Altså :

Betragt en bestemt elektron, og lad os f.ex. antage, at denne partikel går gennem den venstre spalte. Hvis den højre spalte også er åben, vil den pågældende elektron aldrig ende op i en af de forbudte områder på skærmen. Dette kan derimod udmærket tænkes at blive tilfældet, hvis højre spalte er lukket. Den betragtede elektron må folgelig på en eller anden måde vide, om nabo-spalten er åben eller ej !!!

Dobbeltspalte-eksperimentet har som tanke-eksperiment lige siden 1920'erne spillet en overordentlig fremtrædende rolle i den teoretiske fysik, men først i 1961 lykkedes det

at udføre forsøget i praksis (Claus Jönsson). Se nedenstående fotografier.



Kun højre spalte åben.



Kun venstre spalte åben.



Først højre spalte åben. Derefter venstre spalte åben. Altså ikke samtidigt.



Begge spalter åbne samtidigt.

a



b

Figurerne viser, hvorledes den fotografiske plade kommer til at se ud med stigende elektronstråle-intensitet

c



d



e

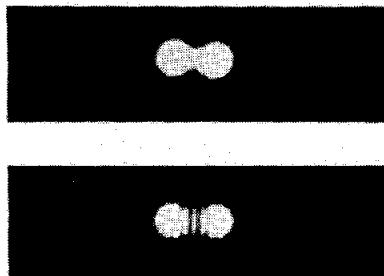


f



På fotografierne ses tydeligt, at det endelige stribemønster er summen af mange individuelle prikker .

Dobbeltspalte-eksperimentet kan også udføres med lys (i stedet for med elektroner). Også med denne strålings-kilde optræder det netop beskrevne "stribefænomen".



Øverst ses et fotografi af lyspletten, efter at lyset er gået igennem to knappenålhuller, det ene efter det andet. (Det ene hul blev åbnet, derefter lukket, og det andet åbnet). Nederst ses striberne, når lyset får lov til at gå igennem hullerne samtidigt.

Hvis man opfatter lys som en bølgebevægelse, er "stribefænomenet" ikke spor mystisk. Indenfor bølgelæren er opståen af sådanne sribemønstre nemlig et velkendt, og helt forstået fænomen. Det kaldes interferens.

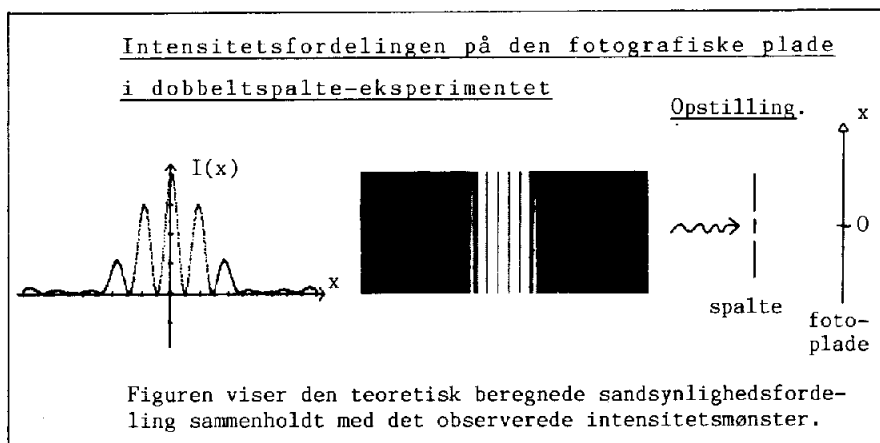
Hvis man opfatter lys som en strøm af partikler (fotoner), er man forståelsesmæssigt i præcis de samme vanskeligheder, som når det drejer sig om elektroner.

§ 12 Kvantemekanik. En statistisk teori

I 1920'erne lykkedes det for en række teoretiske fysikere (i fællesskab) at konstruere en fysisk teori, som til og med i dag har vist sig at beskrive de atomare fænomener korrekt.

I modsætning til Newton's mekanik er denne såkaldte kvantemekanik en statistisk teori. Med dette menes, at kvantemekanik godt nok kan udpege de mulige udfald af et givet eksperiment, men teorien kan ikke med sikkerhed forudsige lige præcist hvilket udfald, der netop nu vil indtræffe. Teorien tillægger dog de forskellige udfald bestemte sandsynligheder, det vil sige bestemte tilbøjeligheder til at indtræffe.

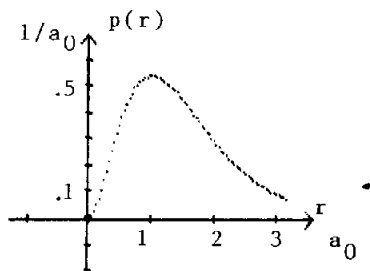
I dobbeltspalte-eksperimentet svarer dette til, at intensitetsfordelingen på den fotografiske plade teoretisk kan beregnes. Det er muligt at forudsige, hvorledes et stort antal elektroner vil fordele sig på pladen. Derimod er det ikke muligt at forudsige, hvor netop den og den elektron vil lande.



Se stor øvelse 5 (Det virkelige dobbeltspalte-eksperiment)

Brintatomet.

Betragt et bestemt brintatom (i grundtilstanden). Vi ved, at atomet består af en kerne og en elektron, men præcis i hvilken afstand denne elektron er fra kernen, det ved vi ikke. Det kan kvantemekanikken ikke entydigt fastslå. Teorien udtaler sig kun om de relative sandsynligheder for, ved en måling, at træffe elektronen de forskellige steder.



$$P(r) = \frac{4 \cdot r^2}{a_0^3} \cdot e^{-\frac{2 \cdot r}{a_0}}$$

$$a_0 = 5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m .}$$

$P(r) \cdot \Delta r$: sandsynligheden for at finde elektronen mellem r og $r + \Delta r$.

Af figuren ses, at sandsynligheden for at træffe elektronen er størst i afstanden $r = a_0$.

I forhold hertil er sandsynligheden for at træffe elektronen i afstanden $r = 2 \cdot a_0$: $\frac{0.29}{0.54} = 54 \%$.

Tilsvarende for $r = 3 \cdot a_0$: $\frac{0.09}{0.54} = 17 \%$.

§ 13 Er kvantemekanikken fuldstændig?

Det foregående giver umiddelbart en følelse af, at kvantemekanikken ikke leverer en fuldstændig beskrivelse af naturen.

I dobbeltspalte-eksperimentet kan teorien f.ex. ikke forudsige en bestemt elektrons bane; specielt ikke hvilken spalte den pågældende elektron har passeret. Med hensyn til brintatomet kan kvantemekanikken ikke fortælle, hvor elektronen "i virkeligheden" er. Begge disse mangler bunder i teoriens grundlæggende statistiske natur.

Et anmasende spørgsmål er nu : "Er det muligt at konstruere en konsistent fysisk teori, som ikke kun angiver sandsynligheder for udfaldene af bestemte målinger, men altid udtaler sig med absolut sikkerhed ? " .

Eller udtrykt på en anden måde : "Findes der et underliggende, mere fundamentalt virkelighedsniveau, som gør det muligt at give en helt deterministisk beskrivelse ? " .

Det, som der her spørges om, er ikke, om vi i dag har kendskab til sådanne begrebsdannelser. Nej; der spørges, om det overhovedet kan tænkes, at en sådan teori engang vil/kan blive konstrueret.

Man kunne vel forestille sig eksistensen af nogle hidtil skjulte variable, som, hvis vi fik kendskab til dem, med sikkerhed kunne forudsige udfaldet af enhver måling (og ikke kun angive sandsynligheder) ?

Hvis du synes, at denne indvending er rimelig, så er du i fornemt selskab. Einstein mente lige til sin død, at kvantemekanikken, i denne forstand, er ufuldstændig. Over-

for ham stod først og fremmest Niels Bohr. Han hævdede, at det er umuligt uafhængigt af måleopstillingen at danne sig konsistente klassiske billeder af atomare systemer. Bohr mente, at når kvantemekanikken kun giver sandsynlighedsfordelinger for f.ex. en partikels stedbestemmelse, så skyldes dette ikke vores ufuldstændige kendskab til systemet. Sandsynlighederne skal ikke opfattes som et kvalificeret gæt på, hvor den lille partikel, elektronen, "i virkeligheden" er.

Bohr mente endog, at det er meningsløst overhovedet at tale om, hvor elektronen "i virkeligheden" er. Begrundelsen er, at man ikke må/kan forestille sig elektronen som en lille kugle. En elektron opfører sig ganske vist som en lille kugle, når den vekselvirker med vores måleapparat. Men dette berettiger os ikke til at slutte, at elektroner også er kugler. De kvantemekaniske sandsynligheder fortæller altså ikke noget om, hvor elektronen højst sandsynlig er, men hvor elektronen højst sandsynlig vil blive registreret, hvis atomet udsættes for en måling. Kvantemekanikken siger dermed intet om elektronens placering, hvis der ikke foretages nogen måling.

"UNPERFORMED EXPERIMENTS HAVE NO RESULTS"

Einstein og Bohr behandlede disse problemstillinger i nogle berømte diskussioner i 20'erne og 30'erne. Den konklusion, som næsten alle fysikere efterhånden drog af debatterne, var, at Bohr's såkaldte Københavner-fortolkning af kvantemekanikken var den mest tilfredsstillende.

Det understreges, at Einstein og Bohr ikke var uenige om kvantemekanikkens evne til, inden for sine egne rammer,

korrekt at beskrive atomare systemer og processer. Uenigheden var af mere filosofisk karakter : Findes der en konsistent teori, som ikke kun angiver sandsynligheder for udfaldene af bestemte målinger, men altid udtaler sig med absolut sikkerhed ? Bohr siger nej ! Einstein siger ja !
Hvad siger du ?

Einstein : "Gud spiller ikke terning".

Bohr : "Det er ikke fysikerens opgave at fortælle Gud, hvad hun skal gøre. Fysikkens opgave er ikke at finde ud af, hvordan naturen er. Fysikken beskæftiger sig med, hvad vi kan sige om naturen".

Einstein-citatet "Gud spiller ikke terning" er oversat fra det tyske "Gott wurfelt nicht". Hvordan "Gott" i denne sammenhæng egentlig skal forstås, vides ikke med sikkerhed.

Einstein (som svar på et spørgsmål, om han troede på Gud) : "Jeg tror på Spinoza's iboende Gud; nemlig det, der viser sig i selve naturens orden og harmoni. Jeg tror ikke på en Gud, som beskæftiger sig med menneskers skæbne og handlinger".

Bohr's oversættelse : "... Einstein på sin side spurgte os ironisk, om vi virkelig kunne tro, at guddommelige magter tog tilflugt til terningespil, hvortil jeg svarede ved at henvise til, at allerede oldtidens tænkere havde manet til forsigtighed med at tilskrive forsynet attributter hentede fra dagligsproget ... " .

På engelsk lyder oversættelsen i almindelighed :

"God does not play dice".

En tankevækkende variant :

"God casts the die, not the dice" .



Bohr and Einstein in deep thought: a study in contrasts. The photograph was taken by Ehrenfest.

A second such photograph taken by Ehrenfest. (Both were reproduced from negatives restored by William R. Whipple.)



Niels Bohr og Albert Einstein tænker dybe tanker.

§ 14 Den Heisenberg'ske Ubestemthedsrelation

Lad os for et øjeblik vende tilbage til de teorier for brownske bevægelser, som blev omtalt i Kapitel 1 .

Den rent beskrivende, statistiske "random walk-model" vistest her at have indbygget en såkaldt Brownsk Ubestemthedsrelation, som gjorde det principielt umuligt, samtidigt helt præcist at måle en partikels position og dens hastighed (se side 15-16).

$$\Delta x \cdot \Delta v_x \gtrsim \text{konstant} \quad (= K) .$$

Endvidere var der, stadig så længe man holdt sig indenfor teoriens egne rammer, en principiel grænse for, hvor små detaljer, givne test-partikler (spor-partikler) kunne afsløre (se side 19).

$$\Delta x \gtrsim K/v .$$

Helt analogt med disse overvejelser er der i den statistiske kvantemekanik indbygget en ubestemthedsrelation; nemlig den berømte Heisenberg-Ubestemthedsrelation.

$$\Delta x \cdot \Delta v_x \gtrsim \text{konstant} = h/m .$$

Δx og Δv_x angiver i en given situation ubestemtheden af en partikels stedkoordinat og ubestemtheden af dens hastighed.

Det fænomen, at spor-partikler har en begrænset evne til at afsløre detaljer, optræder også i kvantemekanikken :

$$\Delta x \gtrsim h/(m \cdot v) .$$

Som det ses, har de nævnte ubestemthedsrelationer samme formelle udseende i de to teorier.

Der er dog en væsentlig forskel. "Konstanten", K , i den Brownske Ubestemthedsrelation er ikke en universalkonstant, men afhængig af blandt andet temperaturen. Heroverfor står h/m , hvor h er Planck's konstant ($h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$) "Konstanten" i den kvantemekaniske ubestemthedsrelation er, så vidt vi ved i dag, helt uafhængig af forsøgsbetingelserne. Det er indenfor kvantemekanikkens egne rammer ikke, på nogen som helst måde muligt, at sænke den nævnte principielle grænse.

Det bemærkes, at den Heisenbergske Ubestemthedsrelation er en integreret del af kvantemekanikken. Hvis det en eller anden gang i bare én situation lykkes at godtgøre et brud på ubestemthedsrelationen, så må hele kvantemekanikkens grundlag tages op til revision.

Undertiden indføres størrelsen "en partikels impuls" : $p = m \cdot v$.

Heisenberg's Ubestemthedsrelation :

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \gtrsim h$$

For fotoner er $p = h/\lambda$, så her fås

$$\Delta x \gtrsim h/(m \cdot v) \Leftrightarrow \Delta x \gtrsim h/p \Leftrightarrow \Delta x \gtrsim \lambda$$

Eller $\Delta x > (h \cdot c)/E_\gamma$ (da $E_\gamma = h \cdot f = (h \cdot c)/\lambda$).

I følge bemærkninger side 20 har den Brownske Ubestemthedsrelation kun gyldighed, sålænge man udelukkende holder sig til den statistiske random walk-beskrivelse, og ikke henviser til det dybereliggende atomare niveau. Med Ein-

stein's påvisning af dette niveaus eksistens, kan man følgelig ikke tillægge den Brownske Ubestemthedsrelation universel gyldighed.

Anderledes forholder det sig med kvantemekanikken. Her kendes netop ikke et underliggende, mere fundamentalt beskrivelsesniveau at henvise til. Så i tråd med en fornægtelse af et sådant niveaus eksistens, åbnes mulighed for at ophøje Heisenbergs Ubestemthedsrelation til at have universel gyldighed. Dette er også lige præcis, hvad Bohr, Heisenberg og andre fremtrædende fysikere gjorde. De hævdede endda, at selvom kvantemekanikken i dens nuværende form måske engang i fremtiden skal revideres/forkastes, så vil Heisenberg's Ubestemthedsrelation uantastet blive stående. Dette synspunkt er en hjørnesteen i den såkaldte Københavnerfortolkning af kvantemekanikken (mere om dette i § 15).



Werner Heisenberg og Niels Bohr (1934) .

§ 15 Københavnerfortolkningen af kvantemekanikken

Som blandt andet dobbeltspalte-eksperimentet tydeligt viser, så er det ikke så ligetil at danne sig forståelige billeder af det, som foregår i atomernes verden.

Bohr hævdede frimodigt, at der simpelthen ikke er nogen måde, hvorpå man kan gøre det. Som begrundelse for denne påstand fremhævede han, at alle oplysninger om atomare forhold opnås via makroskopisk apparatur (aflæsning af forskellige displays, drejen på håndtag, trykken på knapper, ...) . Atomare eksperimenter er på grund af selve måleudstyrets tilstedeværelse dybt forankret i den makroskopiske verden. Alligevel prøver vi herudfra at begribe den fjerne, uvante atomare virkelighed (selvom vi udmærket godt ved, at de lovmæssigheder, der gælder på det makroskopiske niveau, ikke har ubetinget gyldighed på kvanteniveauet). Bohr's hovedtese er, at den atomare verden er så fremmedartet og så langt væk fra vores, at afstanden er umulig at overvinde.

Lad os til illustration af Niels Bohr's synspunkt igen vende tilbage til dobbeltspalte-eksperimentet.

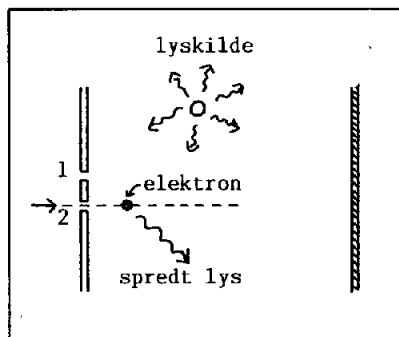
Bohr ville her hævde, at det er meningsløst at spørge om, "igennem hvilken af de to spalter, den og den elektron passerede ?" . Bohr : "Elektroner må/kan ikke opfattes som små kugler".

Heroverfor vil man vel i første omgang tage til genmæle ved at foreslå at afgøre spørgsmålet eksperimentelt. Hvorfor ikke bare måle, hvilken spalte, det drejer sig om ? Man kunne vel eksempelvis anbringe en lyskilde bag spalter-

ne, og når den pågældende elektron så blev ramt af lyset, ville dette lys blive spredt. Denne begivenhed kan registreres som et lysglimt.

Hvis en elektron f.ex. passerer spalte 2, så vil man se et lysglimt i nærheden af den nederste spalte (og vice versa).

Dette lyder sikkert ganske tilforladeligt. Men hvis man virke-



lig udfører et eksperiment, efter de ovenfor skitserede retningslinier, så fås ikke den samme intensitets-fordeling på den fotografiske plade, som da man ikke forsøgte at spore elektronerne. Grunden til dette er, at selve målingen forstyrrer elektronen. Fotonerne skubber under vekselvirkningen så at sige lidt til elektronen, således at den oprindelige situation ændres. For tilstrækkeligt energirige fotoner forsvinder stribemønstret simpelthen helt.

I et forsøg på at overvinde denne vanskelighed kunne man prøve at anvende energisvage fotoner; forstyrrelsen ville måske så kunne gøres vilkårlig lille ?

Her kommer Heisenberg's Ubestemthedsrelation imidlertid ind i billedet. Fotoner kan jo ikke skelne detaljer finere end $\Delta x > (hc)/E_\gamma$ (se side 48), så netop energisvage fotoner er dårlige stedbestemmere. Med sådanne fotoner vil de før næsten punktformige lysglimt erstattes af udsurte, tågede signaler. For meget små energier bliver lysglimtene så udviskede, at det ikke længere er muligt at afgøre, igennem hvilken spalte, den pågældende elektron har passeret.

Altså :

For ikke at komme til at ødelægge det karakteristiske stribemønster på den fotografiske plade, skal fotonenergiene være forholdsvis små. For at man kan bruge lysglimtene fra foton/elektron-sammenstødene til at stedfæste elektronernes baner, skal fotonenergiene være forholdsvis store. Man kan ikke indrette sig, så man både får et stribemønster og tilstrækkeligt lokaliserede lysglimt. Denne gensidige udelukkelse døbte Bohr komplementaritet.

Man kan godt spore elektronerne i deres baner, men ikke uden at ændre det fysiske system så fundamentalt, at det oprindelige fænomen faktisk helt forsvinder.

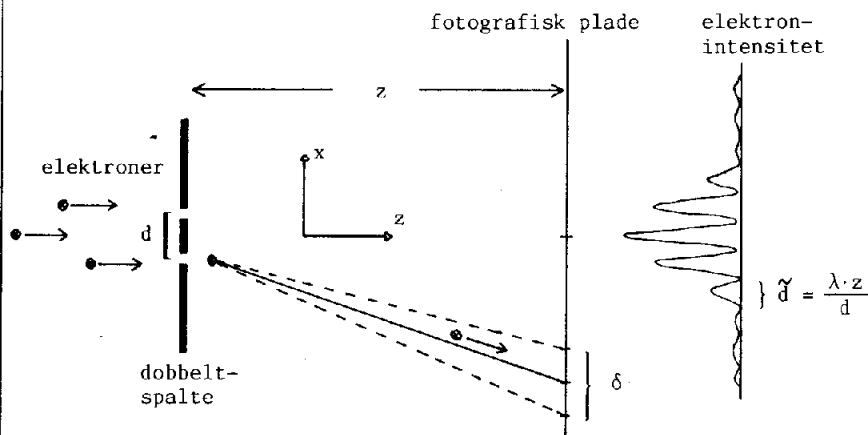
Disse konklusioner gælder ikke kun, hvis man som ovenfor prøver at spore elektronerne ved hjælp af den anbragte lyskilde. Nej; hver gang en forsøgsopstilling med samme formål er blevet foreslået, så har Bohr's synspunkt vist sig at kunne holde. Heisenberg's Ubestemthedsrelationer redder hver gang københavnerfortolkningen fra at blive gennemhullet. Bohr's komplementaritet er ikke til at komme uden om.



Niels Bohr som dreng.

Heisenberg's Ubestemthedsrelation.

Betragt nedenstående hypotetiske eksperiment.



Mellemrummet mellem dobbeltspalten og den fotografiske plade tænkes fyldt med en sky af små partikler (f.ex. fotoner).

En elektron, som passerer gennem dobbeltspalten, vil eventuelt kollidere med en af fotonerne. Den ramte partikel får herved en impuls. Dette kan registreres. Lad os nu se på et bestemt af disse stød. Hvis fotonen kan stedfæstes tilstrækkeligt nøjagtigt $\Delta x < d/2$, så kan det afgøres, gennem hvilken af de to spalter, den involverede elektron har passeret.

I følge Heisenberg's Ubestemthedsrelation giver betingelsen $\Delta x < d/2$ imidlertid anledning til en principiel ubestemthed på fotonens hastighed/impuls :

For fotonen : $\Delta v_x \cdot \Delta x \gtrsim h/\tilde{m} \Leftrightarrow \Delta p_x \gtrsim h/\Delta x \Leftrightarrow$

$$\Delta p_x > h/(\frac{1}{2}d) \Leftrightarrow \Delta p_x > 2 \cdot h/d .$$

I foton/elektron-stødet er der impulsbevarelse, så vores viden om elektronens impuls efter kollisionen, kan ikke blive bedre end vores viden om fotonens impuls. Altså

For elektronen : $\Delta p_x > 2 \cdot h/d .$

Ubestemtheden $\Delta v_x = \Delta p_x/m$ i elektronens hastighed i x-retningen medfører klart en ubestemthed med hensyn til, hvor elektronen vil ramme skærmen :

$$\delta = \Delta v_x \cdot \Delta t \Leftrightarrow \delta = \Delta v_x \cdot z/v_z^{+)} = (\Delta p_x/p_z) \cdot z \Leftrightarrow$$

$$\delta > (\Delta p_x/p) \cdot z > \frac{2 \cdot h}{p \cdot d} \cdot z \Leftrightarrow \delta > 2 \cdot \frac{h \cdot z}{p \cdot d} .$$

Sammenlignes dette med den karakteristiske afstand, $\tilde{d}$, mellem to nabo-minima (se Stor Øvelse 5), fås

$$\delta > 2 \cdot \tilde{d} .$$

Den forstyrrelse af elektronens bane, som kollisionen medfører, er åbenbart altid så voldsom, at sribemønstreet helt ødelægges.

Konklusion : Den her betragtede eksperimentelle opstilling kan godtnok afsløre hvilken af de to spalter, som elektronen har valgt; men målingen har desværre også den virkning, at det, som vi oprindeligt ønskede at studere (interferensmønstreet), udviskes.

Hvis man fokuserer på en partikels "partikel-egenskaber" forsvinder dens "bølge-karakter" (og vice versa).

^{+) Den tid, Δt , som elektronen skal bruge for at nå fra spalten til skærmen : $v_z = z/\Delta t \Leftrightarrow \Delta t = z/v_z$.}

Betragtninger over sproget.

Den græske filosof Platon har anskueliggjort menneskenes erkendelsessituation ved hjælp af nogle personer, fanget i en hule.

I denne hule brænder der bag fangerne en evig ild. Ilden kaster skygger op på den modsatte hulevæg, og disse skyggebilleder er det eneste, som fangerne kan se. Grundet mørket i hulen tænkes fangerne nemlig ikke at kunne se hverken hinanden eller deres egne kroppe. Hele fangernes sanseverden består således udelukkende af den nævnte to-dimensionale skygge-projektion. Dette forhold bekymrer imidlertid ikke fangerne. De har boet i hulen hele deres liv, og de har følgelig altid betragtet skyggerne, som selve virkeligheden. Fangerne har ikke udviklet de nødvendige ideer/sprog, der skal til for at udtrykke/begribe den "egentlige" virkelighed (de objekter, der producerer skyggerne). En fange, for hvem det eventuelt skulle lykkes at slippe ud i solen, og altså opleve "virkelige" tre-dimensionale objekter for første gang, ville få meget vanskeligt ved at overbevise hulebeboerne om, at deres virkelighed (skyggerne) er en illusion. Der findes jo ikke et fælles sprog, med hvilket den undslupne kan forsøge at beskrive/forklare den nye verden.

Dette berømte hule-billede illustrerer på udmærket vis vanskelighederne ved, umiddelbart at forstå kvanteverden. Tænk blot på, at en af de mest karakteristiske

træk ved selve begrebet "naturvidenskabelig forståelse" er, at beskrivelsen foregår i det alment accepterede sprog (og ikke f.ex. i udveksling af følelser, drømme). Dette almene sprogs begreber og strukturer er imidlertid først og fremmest skabt/indrettet til at beskrive ting og begreber, som vi mentalt er i stand til at forestille os; ligesom grænserne for selve vores forestillingsevne, også er afstukket af nogle mere eller mindre umiddelbare erfaringer.

Det er således ikke så mærkeligt, at vi kommer i vanskeligheder, når vi stædigt prøver at overføre de gængse sprognormer til et så fremmedartet område som kvanteverden.

"Problemet er ikke i sproget; men er selve sproget".

Niels Bohr :

»Det hører netop til et eksperiments væsen, at vi kan beskrive det iagttagne i den klassiske fysiks begreber. Deri består naturligvis også kvanteteoriens paradoksi. På den ene side formulerer vi love, der er anderledes end den klassiske fysiks, og på den anden side benytter vi uden betænkelighed de klassiske begreber på stedet for iagttagelsen – dér hvor vi måler og fotograferer. Og det er vi nødt til at gøre, fordi vi jo er henvist til sproget, når vi vil meddele vore resultater til andre mennesker. Et måleapparat er jo kun et måleapparat, når der ved dets hjælp, ud fra iagttagelsesresultatet, kan drages en entydig slutning vedrørende det iagttagne fænomen – når der kan forudsættes en streng årsagssammenhæng. Men hvis vi vil beskrive et atomart fænomen teoretisk, må vi et eller andet sted trække en grænse mellem fænomenet og iagttageren eller hans apparat. Grænsens beliggenhed kan vel vælges forskelligt, men på iagttagerens side må vi anvende den klassiske fysiks sprog, fordi vi ikke ejer noget andet sprog, på hvilket vi ville kunne udtrykke vore resultater. Nu véd vi ganske vist, at dette sprogs begreber er unøjagtige, at de kun har et begrænset anvendelsesdomæne, men vi er henvist til det, og når alt kommer til alt, kan vi dog med dette sprog i det mindste indirekte fatte fænomenet.«

§ 16 EPR-argumentet. Niels Bohr's svar

Et af de mest betydningsfulde angreb på Bohr's københavnerfortolkning af kvantemekanikken blev formuleret af Einstein-Podolsky-Rosen i en berømt artikel fra 1935.

MAY 15, 1935

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 47

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*
(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in

quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

1.

ANY serious consideration of a physical theory must take into account the distinction between the objective reality, which is independent of any theory, and the physical concepts with which the theory operates. These concepts are intended to correspond with the objective reality, and by means of these concepts we picture this reality to ourselves.

In attempting to judge the success of a physical theory, we may ask ourselves two questions: (1) "Is the theory correct?" and (2) "Is the description given by the theory complete?" It is only in the case in which positive answers may be given to both of these questions, that the concepts of the theory may be said to be satisfactory. The correctness of the theory is judged by the degree of agreement between the conclusions of the theory and human experience. This experience, which alone enables us to make inferences about reality, in physics takes the form of experiment and measurement. It is the second question that we wish to consider here, as applied to quantum mechanics.

Whatever the meaning assigned to the term *complete*, the following requirement for a complete theory seems to be a necessary one: *every element of the physical reality must have a counterpart in the physical theory*. We shall call this the condition of completeness. The second question is thus easily answered, as soon as we are able to decide what are the elements of the physical reality.

The elements of the physical reality cannot be determined by *a priori* philosophical considerations, but must be found by an appeal to results of experiments and measurements. A comprehensive definition of reality is, however, unnecessary for our purpose. We shall be satisfied with the following criterion, which we regard as reasonable. *If, without in any way disturbing a system, we can predict with certainty (i.e., with probability equal to unity) the value of a physical quantity, then there exists an element of physical reality corresponding to this physical quantity*. It seems to us that this criterion, while far from exhausting all possible ways of recognizing a physical reality, at least provides us with one

— — — — —

EPR's Realitets-kriterium :

"Hvis man uden på nogen måde at forstyrre et fysisk system med sikkerhed kan forudsige værdien af en bestemt fysisk størrelse, så eksisterer der et element af fysisk realitet svarende til den pågældende størrelse".

Man kan sige, at den fysiske størrelse har realitet/er reel/er virkelig.

I det følgende gengives det væsentlige i EPR-argumentet.



Lad os forestille os to elektroner, der sendes ind mod hinanden (se figuren). Før de to partikler begynder at vekselvirke tænkes deres respektive hastigheder at være kendte. Ud fra denne givne begyndelsestilstand kan man kvantemekanisk beregne systemets videre udvikling.

Beregningen giver ikke et entydigt svar på, hvor stor en hastighed f.ex. elektron B har til et bestemt senere tidspunkt. Teorien fastlægger dog en helt entydig indbyrdes sammenhæng mellem A og B's hastigheder. Hvis vi kender A's hastighed, så kender vi også B's (impulsbevarelse).

Helt tilsvarende giver den omtalte kvantemekaniske beregning ikke et entydigt svar på, hvor f.ex. elektron B kan findes til et bestemt senere tidspunkt, men teorien fastlægger en helt entydig indbyrdes korrelation mellem A og B's positioner. Hvis vi kender A's position, så kender vi også B's.

Altså; ved at måle på elektron A kan vi tilsyneladende få oplysninger om elektron B. Dette gælder uanset, om de to elektroner er endog meget langt fra hinanden (København og New York), og i sådanne tilfælde kan man vanskeligt forestille sig, at det kan påvirke B, at vi eventuelt måler på A !

Hvis vi vælger at måle elektron A's hastighed, så kender vi også elektron B's hastighed (uden på nogen måde at forstyrre B).

Hvis vi vælger at måle elektron A's position, så kender vi også elektron B's position (uden på nogen måde at forstyrre B).

Af alt dette slutter EPR :

Da man uden på nogen måde at forstyrre elektron B, med 100%'s sikkerhed kan forudsige både elektron B's hastighed og position, så må begge disse størrelser kunne tillægges fysisk realitet; "i virkeligheden" har elektron B til ethvert tidspunkt både en bestemt hastighed og en bestemt position (i modsætning til, at de nævnte størrelser eksempelvis først fik mening/skabtes i forbindelse med selve måleprocessen).

Konfronteres denne konklusion med Heisenberg's Ubestemthedsrelation, der jo hævder, at en samtidig helt præcis bestemmelse af en partikels hastighed og af dens position er principiel umulig, opnås EPR's hovedtese :

Kvantemekanikken giver ikke en fuldstændig beskrivelse af naturen. Teorien er ufuldstændig.
--

EPR-artiklens offentliggørelse fik Niels Bohr til for en stund at lægge alt andet arbejde til side, og efter et par dage kunne han udtale : "De gør det fikst; men hvad det kommer an på, er at gøre det rigtigt".

Kernen i Bohr's svar er igen "Unperformed experiments

have no results". Man kan ikke tillade sig, hævdede Bohr, at betragte et eksperiment uden at inkludere måleopstillingen. Objekt og forsøgsapparat skal betragtes som en helhed. F.ex. har begreber som hastighed og position (i Bohr's univers) kun mening i forbindelse med tilhørende forsøgsanordninger.

Bohr :

"Virkeligheden er ikke bare derude uafhængig af vore iagttagelser. Det, som er der, afhænger delvist af, hvad du vælger at se. "Virkeligheden" skabes i en vis forstand af iagttageren".

Med ovenstående in mente giver de to forsøgsopstillinger, der skal til for at måle elektron A's position og hastighed, anledning til to forskellige fysiske situationer. Og i følge Heisenberg's Ubestemthedsrelation udelukker de gensidigt hinanden. De kan ikke etableres samtidigt.

Hver gang man opererer med begreberne position og hastighed, så refereres der følgelig indirekte til to forskellige fysiske situationer, til to forskellige "virkeligheder".

I den ene virkelighed giver det i følge EPR's Realitets-kriterium måske nok mening at tillægge partikel B en hastighed, ligesom partiklen i den anden virkelighed kan tillægges en position. Men de to virkeligheder kan så at sige ikke forenes. De måleopstillinger, som er integrerede dele af de betragtede systemer, kan jo ikke etableres samtidigt.

Det for Bohr afgørende kritiske punkt i EPR-argumentet er følgelig selve Realitets-kriteriet. Det er meningsløst at tale om, at man "uden at forstyrre systemet" kan tillægge elektron B f.ex. en hastighed. Der skal jo bruges en måleopstilling, og denne skal medregnes.

OCTOBER 15, 1935
PHYSICAL REVIEW
VOLUME 41

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?

N. BOHR, *Institute for Theoretical Physics, University, Copenhagen*
(Received July 13, 1935)

It is shown that a certain "criterion of physical reality" formulated in a recent article with the above title by A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen contains an essential ambiguity when it is applied to quantum phenomena. In this connection a viewpoint termed "complementarity" is explained from which quantum-mechanical description of physical phenomena would seem to fulfill, within its scope, all rational demands of completeness.

IN a recent article¹ under the above title A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen have presented arguments which lead them to answer the question at issue in the negative. The trend of their argumentation, however, does not seem to me adequately to meet the actual situation with which we are faced. I shall therefore attempt to

interaction with the system under investigation. According to their criterion the authors want to ascribe an element of reality to the quantum system only if it can be predicted with certainty without in any way disturbing it.

Efter at have studeret Bohr's svar, måtte Einstein indrømme, at Bohr's standpunkt var logisk uangribeligt. Dog tillagde han det en solipsistisk holdning. (En solipsist er en person, som tror, at hans eget jeg er det eneste eksisterende. Kun det, som han selv tænker og føler, er til. Det nytter ikke noget at give ham en lussing for at overbevise ham om, at du også eksisterer. Han vil blot hævde, at både dig og lussingen er produkter af hans egen fantasi).

Man kan ikke afvise solipsisme udelukkende med logiske argumenter. Alligevel gør de fleste det alligevel. På nogenlunde samme måde afviste Einstein københavnerfortolkningen - ikke af logiske årsager, men på grund af sit videnskabelige instinkt og sin filosofiske grundholdning.

Einstein :

"Nogle fysikere (deriblandt mig selv) kan ikke tro, at vi helt og for altid må opgive ideen om en direkte repræsentation af den fysiske virkelighed i rum og tid, eller at vi må acceptere det synspunkt, at naturprocesserne er analoge til et terningspil".

- - - - -

"Bohr's beroligende filosofi - eller religion ? - er så udspekuleret, at den let kan blive en sovepude for sine sande tilhængere. En sovepude, hvorfra de vil være svære at vække".

Einstein vil med andre ord ikke godtage Bohr's forbudtskilt:

MAN KAN/MÅ IKKE FORESTILLE SIG, HVAD DER SKER <u>IMELLEM</u> MÅLINGER.
--

Som tidligere antydte stod Einstein temmelig alene med sin skepsis overfor kvantemekanikkens fuldstændighed. Han fremturede fortsat med en stædighed, som mange følte som stridende mod "den gode smag". I hvert tilfælde berettes det, at en af hans ellers trofaste beundrere, fysikeren

Ehrenfest, en gang hovedrystende mumlede : "Jamen Albert dog; jeg er flov over dig. Du begynder at lyde ligesom kritikerne af din egen relativitetsteori. Igen og igen er dine argumenter blevet gendrevet, men i stedet for at anvende din egen regel om, at fysikken skal bygges på målelige sammenhænge, og ikke på forudfattede ideer, vedbliver du med at lede efter argumenter baseret på disse selvsamme fordomme".



Albert Einstein arbejder (1946).

§ 17 Bohm's tankeeksperiment

Bohr/Einstein-debatten om kvantemekanikkens fuldstændighed har siden 1930'erne ikke optaget fysikerne synderligt. Grunden er vel først og fremmest, at ingen måleresultater hidtil har været i modstrid med kvantemekanikkens teoretiske forudsigelser. En anden grund er uden tvivl problemets mere filosofiske karakter, som tilsyneladende gør emnet uegnet til umiddelbart at blive behandlet med fysikkens sædvanlige arbejdsmetoder.

Dette sidste forhold har brat ændret sig. I 1964 godtgjorde den skotske fysiker John Bell udfra teoretiske overvejelser, at spørgsmålet om eksistensen af skjulte variable i princippet kunne afgøres eksperimentelt !! Vinderen af den filosofiske strid viste sig altså at kunne blive udpeget ved at udføre de rette forsøg (tilstrækkeligt nøjagtigt).

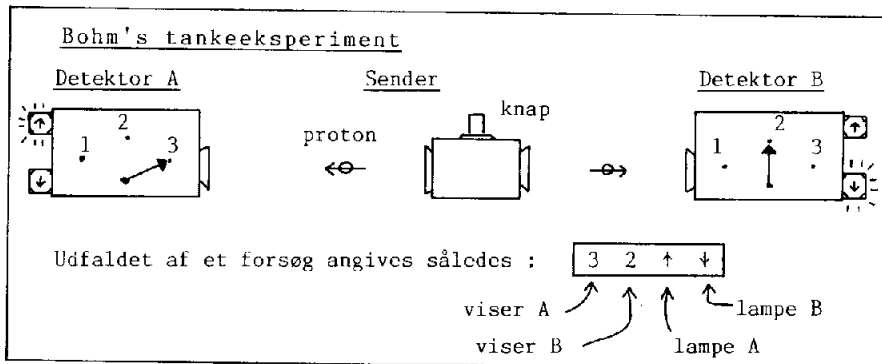
Selvom Bell's teoretiske arbejde i sig selv er temmelig overraskende, så har det først rigtig fået betydning, efterhånden som det op gennem 1970'erne er blevet praktisk muligt, virkelig at foretage de afgørende eksperimenter.

I det følgende beskrives essensen af disse tanker. Betragt den på næste side skitserede opstilling. I midten findes et apparat, der ved et tryk på en knap samtidigt kan sende to protoner afsted i hver sin retning ⁺⁾ . Protonerne registreres ved hjælp af de to ens detektorer A og B. Når en detektor af denne art rammes af en proton, reagerer detektoren på den måde, at ligegyldigt i hvilken position (1, 2 eller 3) viseren er indstillet, så lyser enten

⁺⁾ Det totale impulsmoment af systemet bestående af de to protoner antages at være nul.

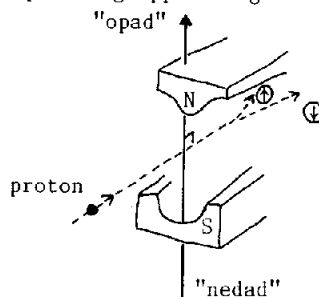
den øverste lampe (↑) eller den nederste lampe (↓) .

Detektorerne antages at være helt isolerede fra hinanden. (De tænkes at være mekanisk adskilte, at være uden nogen form for elektriske forbindelseskabler samt at være effektivt afskærmede med hensyn til udveksling af strålingssignaler).

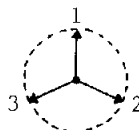


Detektorernes opbygning

Sendes en strøm af protoner vinkelret ind mod et inhomogent magnetfelt, vil protonerne splitte op i to grupper. Nogle protoner vil afbøjes opad (mod N), mens andre vil afbøjes nedad (mod S). Man siger, at protonerne, med hensyn til den udvalgte akse, har henholdsvis spin-op og spin-ned.



Viseren på siden af detektoren drejer hele magnetarrangementet. Aksen kan på denne måde indstilles i tre forskellige retninger.



De tre vinkler er alle 120° .

Når en bestemt proton går "op" lyser "lampe ↑".

Når en bestemt proton går "ned" lyser "lampe ↓".

Det skal lige indskydes, at det ikke er en trykfejl, når jeg i dette afsnit omtaler Bohm's tankeeksperiment. Der skal ikke stå Bohr. Tankeeksperimentet, der er en variant af det netop omtalte EPR-eksperiment, blev foreslået af englænderen David Bohm i 1957.

Vi tænker os nu en lang række forsøg udført, hvor der på tilfældig måde, ligeligt veksles mellem de ni mulige viseringstillings-kombinationer :

11 22 33 12 13 21 23 31 32 .

Nedenfor er vist et typisk udsnit af data fra en sådan serie forsøg.

11↑↓	23↑↓	31↑↑	13↑↑	22↓↑	32↓↓
33↑↓	12↓↓	21↓↑	13↑↑	23↓↓	12↑↑
32↓↓	33↓↑	11↑↓	22↑↓	21↑↑	31↓↓
21↑↑	23↓↓	33↑↓	12↓↓	22↑↓	11↓↑
31↓↓	13↑↓	32↑↑	23↓↑	33↑↓	13↓↓
22↑↓	11↑↓	12↑↑	31↓↑	32↑↑	21↑↑
22↓↑	21↑↓	33↓↑	13↓↓	11↓↑	31↓↓
23↑↑	12↑↓	32↑↓	33↓↑	22↓↑	31↓↓
12↓↓	11↓↑	23↑↑	32↓↓	21↑↑	13↓↑

Et generelt træk, som man hurtigt kan trække ud af denne datamængde, er, at for samme viseringstilling af A og B måles ALTID "modsatte lys" (For samme retninger måles altid modsatte spin).

Vi får altså udfald af typen

11↑↓ 11↑↑ 22↑↓ 22↑↑ 33↑↓ 33↑↑

(aldrig af typen 11↑↑ , 22↑↑ , ...).

Det beskrevne er den måde, hvorpå et virkeligt system rent faktisk vil opføre sig. Dette er slået fast gennem mange års eksperimentelle erfaringer.

I det næste afsnit § 18 vil vi sammen med Bell drage nogle logiske slutninger af dette forhold.

§ 18 En lokal-realist's analyse af Bohm's tankeeksperiment

Når de to detektorvisere er indstillet i samme position, ser det i følge det foregående ud til, at de to partikler i et protonpar på en eller anden måde "er klar over, hvad den anden gør".

Hvis den ene partikel får "lampe $\uparrow$ " til at lyse, så vil den anden partikel uværgerligt udløse "lampe $\downarrow$ ".

Dette sker, uden at der er mulighed for, at de to protoner kan meddele hinanden, hvad de skal gøre (eller hvad de måske allerede har gjort) ⁺).

Påstanden understøttes af, at man får præcis de samme resultater, uanset om

- (a) viserne begge indstilles inden protonerne sendes afsted.
- (b) viserne indstilles efter, at protonerne har forladt senderen.

⁺)

Lokalitet

I det sagte ligger skjult en antagelse om, at det overhovedet er muligt at opspalte det betragtede system i enkeltdele (uden mulighed for indbyrdes kommunikation), altså at verden ikke er et "organisk hele" (jvf. citaterne side 32-33). Denne eventuelle egenskab ved virkeligheden betegnes lokalitet.

(c) den ene viser først indstilles, efter at den anden detektor har vist sit udslag (flyt detektor B til New York, og hemmelighold viseringstilling og udslag på A).

Det kunne se ud som om, at makkerne i hvert enkelt par allerede ved adskillelsen har aftalt, hvordan de skal påvirke detektorerne (uanset viseringstillingerne).

En tilsyneladende uundgåelig konsekvens af disse forhold er, at det må være en eller anden objektivt eksisterende egenskab ved selve protonen, der bestemmer, hvilken lampe, som skal lyse. Hvilken egenskab ved partiklen, der styrer denne opførsel, er i denne forbindelse ligegyldig . Det afgørende er, at vi i en vis forstand tvinges til at antage, at en sådan egenskab overhovedet findes. (Vi interesserer os heller ikke for, hvorvidt vi rent faktisk er i stand til at måle den pågældende egenskab eller ej).

Man kan også sige, at (Definition på realisme) :

De observerede regelmæssigheder i fænomenerne antages at være virkninger af en fysisk virkelighed, der eksisterer uafhængigt af, om vi observerer den eller ej.

En realist vil således hævde, at de modsatte detektorudslag for samme viseringstilling skyldes, at de to protoner er udstyret med modsatte egenskaber (overfor hvordan de skal reagere på detektoren).

Nedenfor er konklusionerne på lokal-realistens analyse stillet op på en mere systematisk måde.

Lokal-Realisme-Hypotesen

Enhver proton, der forlader senderen, er af netop én af følgende 8 typer : $\uparrow\uparrow\uparrow$ $\uparrow\uparrow\downarrow$ $\uparrow\downarrow\uparrow$ $\uparrow\downarrow\downarrow$ $\downarrow\uparrow\uparrow$ $\downarrow\uparrow\downarrow$ $\downarrow\downarrow\uparrow$ $\downarrow\downarrow\downarrow$.

En proton af typen $\uparrow\uparrow\uparrow$ betyder, at detektorlampen lyser $\uparrow$ for viserindstilling 1, $\downarrow$ for 2, $\uparrow$ for 3).

To protoner, der afsendes samtidigt, bærer modsatte instruktionssæt.

F.ex. $\leftarrow\ominus$ $\uparrow\uparrow\uparrow$ $\ominus\rightarrow$ $\uparrow\uparrow\uparrow$ eller $\leftarrow\ominus$ $\uparrow\uparrow\uparrow$ $\ominus\rightarrow$ $\uparrow\uparrow\downarrow$.

Man kan selvfølgelig ikke bevise, at den fremsatte hypotese er den eneste måde, hvorpå man kan gøre rede for systemets opførsel. Men hvis man skal forestille sig noget (altså er realist), og hvis man tror på lokalitet, så er det svært at få øje på andre muligheder. Læseren opfordres til at komme med forslag.

I den beskrevne sammenhæng ville Einstein støtte Lokal-Realisme-Hypotesen. Heroverfor ville Bohr hævde, at de to protoner ikke kan tillægges egenskaber på den angivne måde. "En egenskab er ikke en egenskab, før det er en iagttaget egenskab". Protonerne får først de iagttagede egenskaber i forbindelse med selve måleprocessen.

Lokal-Realisme-Hypotesen har eksperimentelle konsekvenser. Betragt nemlig skemaet næste side. Heraf fremgår det, at for hver gang der dannes et protonpar, vil mindst fem af de ni mulige viserkombinationer resultere i modsatte spin-målinger.

I en lang række af forsøg vil følgelig mindst $5/9=55.6\%$ af samtlige udfald udvise modsatte spin.

(Hvis partikelparrene $\uparrow\uparrow\uparrow/\uparrow\uparrow\uparrow$ og $\downarrow\downarrow\downarrow/\uparrow\uparrow\uparrow$ slet ikke dannes, så fås præcis 55.6%).

I en lang række forsøg fås modsatte spin i mindst 55.6% af samtlige tilfælde.

Denne teoretiske påstand kaldes Bell's ulighed. Læg mærke til, at dens udledning udelukkende er baseret på Lokal-Realisme-Hypotesen, og ikke inddrager nogen form for fysisk teori. Man kunne måske lidt forenklet sige, at Bell's ulighed blot bygger på "sund fornuft".

Eksperimentelle konsekvenser af Lokal-Realisme-Hypotesen

Partikel A	$\uparrow\uparrow\uparrow$	$\uparrow\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow\uparrow$	$\uparrow\downarrow\downarrow$	$\downarrow\uparrow\uparrow$	$\downarrow\uparrow\downarrow$	$\downarrow\downarrow\uparrow$	$\downarrow\downarrow\downarrow$
Partikel B	$\downarrow\downarrow\downarrow$	$\downarrow\downarrow\uparrow$	$\downarrow\uparrow\uparrow$	$\downarrow\uparrow\downarrow$	$\uparrow\uparrow\uparrow$	$\uparrow\uparrow\downarrow$	$\uparrow\downarrow\uparrow$	$\uparrow\downarrow\downarrow$
Viserkombinationer, der giver <u>modsatte</u> spin-målinger.	11	11	11	11	11	11	11	11
	22	22	22	22	22	22	22	22
	33	33	33	33	33	33	33	33
	12	12	13	23	23	13	12	12
	13	21	31	32	32	31	21	13
	21							21
	23							23
	31							31
	32							32

Forklaring til skemaet :

Tag søjle 3 som eksempel. Hvis proton A er udstyret med instruktionssættet $\uparrow\uparrow\uparrow$, så vil proton B i følge Lokal-Realisme-Hypotesen være af type $\uparrow\uparrow\uparrow$.

Det er klart, at de ens viserindstillinger (11, 22, 33) giver modsatte spin (det gør de jo altid). Men herudover vil f.ex. også viserindstillingen 13 resultere i det ønskede :

Proton A ($\uparrow\uparrow\uparrow$) $\uparrow$. Proton B ($\uparrow\uparrow\downarrow$) $\downarrow$.

Som et eksempel på en viserindstilling, der giver ens spin, kan vi betragte 21 :

Proton A ($\uparrow\uparrow\uparrow$) $\downarrow$. Proton B ($\uparrow\uparrow\downarrow$) $\downarrow$.

§ 19 Aspect's forsøg

Den procentdel af samtlige tilfælde, hvormed man i Bohm's tankeeksperiment vil måle "modsatte spin", kan også beregnes kvantemekanisk. Resultatet af en sådan regning er i strid med Bell's ulighed !!

Kvantemekanikken påstår nemlig, at den rigtige brøkdel er præcis 50% (og ikke større end 55.6%).

Kvantemekanikkens forudsigelse er således klart i modstrid med "den sunde fornuft" (repræsenteret ved Lokal-Realisme-Hypotesen). Dette kunne umiddelbart synes at vælte kvantemekanikken ! (?) Men hvem har egentlig ret ? Lokal-Realisten eller kvantefysikeren ? Hvordan skal man afgøre det ? Ja; ved at udføre eksperimentet i praksis. Sagen må afgøres eksperimentelt, og det er den også blevet.

Lokal-Realisme (Bell)	:	> 55.6%
Kvantemekanik	:	= 50%
Eksperiment (Aspect)	:	?

De eksperimenter (franskmanden Aspect og andre), der til dato er udført, er alle i fuld overensstemmelse med kvantemekanikken, og i modstrid med Bell's ulighed !

Niels Bohr havde ret. Albert Einstein tog fejl. Lokal-Realisme-Hypotesen er forkert. Man kan ikke uden videre tillægge atomare systemer objektivt eksisterende egenskaber uafhængigt af måleopstillingen. I en vis forstand findes der altså ingen objektivt eksisterende virkelighed. Niels Bohr : "Den, som ikke bliver lidt svimmel af at høre om kvantefysik, har ikke virkelig forstået teoriens dybder".

NATURVIDENSKAB

Striden mellem Bohr og Einstein afgjort

Fransk eksperiment giver Niels Bohrs atomfysik ret og ryster fundamentale begreber i det moderne verdensbillede

Af
TOR NØRRETRANDERS

Et epokegørende fysisk eksperiment, der er udført i Paris, giver, efter hvad Information erfarer fra velorienterede kilder, Niels Bohr ret over for Albert Einstein i århundredets mest afgørende videnskabelige strid, der handlede om fundamentale begreber som årsagsloven og muligheden af at beskrive verden som enkeltdele. Det franske eksperiment, som Information kan offentliggøre resultatet af, viser at verden kun er forståelig som en helhed, der er koordineret gennem et samspil, fysikken ikke har mulighed for at forstå i dag.

re koordinerede, selv om afstanden i tid og rum er enorme. Det viser endvidere at forholdet mellem det univers, der iagttages, og iagttageren, er langt mere kompliceret og sammenhængende, end antaget.

Alain Aspect fra Université Paris-Sud, der nu i mere end ti år har ledet arbejdet på at udføre det banebrydende eksperiment, siger til Information, at han ikke kan fortælle offentligheden om resultatet af eksperimentet, før det offentliggøres i den videnskabelige litteratur. Han bekræfter dog, at det er udført og vil ikke bestride Informations sikre forlydende om, at eksperimentet har givet Niels Bohr ret over for Einstein. Fra en række kilder i den internationale fysik-verden har Information fået dette forlydende bekræftet.

Bohr-Einstein debatten

Udgangspunktet for det fran-



EINSTEIN OG BOHR — En heftig videnskabelig debat mellem de to gode venner er nu afklaret, til Bohrs fordel. Resultatet, der afklarer sagen, hører til de vigtigste i videnskabernes historie

Epokegørende opdagelse afgør strid mellem Einstein og Bohr

— Det mest revolutionerende princip i videnskabens historie er nu bevist, siger kendt amerikansk fysiker

Af TOR NØRRETRANDERS

Et fysisk eksperiment, der i ti år har været under forberedelse i Paris, har nu bevist, at det er umuligt at forstå den fysiske verden som en opspaltet mængde af enkeltheder. Verden kan kun forstås i fysiske begreber, når den ansues som en helhed. Eksperimentet, der betegnes som århundredets vigtigste, afslutter den 50 år gamle debat mellem Niels Bohr og Albert Einstein om den nye atomfysik — kvantemekanikken — og dens betydning for verdensbilledet. Eksperimentet viser, at Niels Bohr fik ret.

Den internationalt førende autoritet indenfor de områder af fysikken, der berøres af eksperimentet, er professor John

A. Wheeler fra University of Texas, der har arbejdet som elev af både Albert Einstein og Niels Bohr. Information bad, under et nyligt besøg i København, John Wheeler kommentere det sikre forlydende om udfaldet af Aspects eksperiment.

»Hermed er tvivlen hørt op. Der er nu eksperimentelt bevis for det mest revolutionerende princip i videnskabens historie. Det rejser dybtgående spørgsmål om menneskets forhold til universet. Der findes ikke mere fundamentale spørgsmål i vort verdensbillede end de, der rejses af dette eksperiment.«



JOHN A. WHEELER

ON THE EINSTEIN PODOLSKY ROSEN PARADOX*

J. S. BELL†

Department of Physics, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin

(Received 4 November 1964)

I. Introduction

THE paradox of Einstein, Podolsky and Rosen [1] was advanced as an argument that quantum mechanics could not be a complete theory but should be supplemented by additional variables. These additional variables were to restore to the theory causality and locality [2]. In this note that idea will be formulated mathematically and shown to be incompatible with the statistical predictions of quantum mechanics. It is the requirement of locality, or more precisely that the result of a measurement on one system be unaffected by operations on a distant system with which it has interacted in the past, that creates the essential difficulty. There have been attempts [3] to show that even without such a separability or locality requirement no "hidden variable" interpretation of quantum mechanics is possible. These attempts have been examined elsewhere [4] and found wanting. Moreover, a hidden variable interpretation of elementary quantum theory [5] has been explicitly constructed. That particular interpretation has indeed a grossly non-local structure. This is characteristic, according to the result to be proved here, of any such theory which reproduces exactly the quantum mechanical predictions.

II. Formulation

With the example advocated by Bohm and Aharonov [6], the EPR argument is the following. Consider a pair of spin one-half particles formed somehow in the singlet spin state and moving freely in opposite directions. Measurements can be made, say by Stern-Gerlach magnets, on selected components of the spins $\vec{\sigma}_1$ and $\vec{\sigma}_2$. If measurement of the component $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$, where $\vec{a}$ is some unit vector, yields the value $+1$ then, according to quantum mechanics, measurement of $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{a}$ must yield the value -1 and vice versa. Now we make the hypothesis [2], and it seems one at least worth considering, that if the two measurements are made at places remote from one another the orientation of one magnet does not influence the result obtained with the other. Since we can predict in advance the result of measuring any chosen component of $\vec{\sigma}_2$, by previously measuring the same component of $\vec{\sigma}_1$, it follows that the result of any such measurement must actually be predetermined. Since the initial quantum mechanical wave function does not determine the result of an individual measurement, this predetermination implies the possibility of a more complete specification of the state.

Let this more complete specification be effected by means of parameters λ . Hence in the following whether λ denotes a single variable or a set of variables is immaterial. The variables are discrete or continuous. The result A of measuring $\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{a}$ is a function of $\vec{a}$ and λ . The result B of measuring $\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{b}$ is a function of $\vec{b}$ and λ .

VI. Conclusion

In a theory in which parameters are added to quantum mechanics to determine the results of individual measurements, without changing the statistical predictions, there must be a mechanism whereby the setting of one measuring device can influence the reading of another instrument, however remote. Moreover, the signal involved must propagate instantaneously, so that such a theory could not be Lorentz invariant.

Of course, the situation is different if the quantum mechanical predictions are of limited validity. Conceivably they might apply only to experiments in which the settings of the instruments are made sufficiently in advance to allow them to reach some mutual rapport by exchange of signals with velocity less than or equal to that of light. In that connection, experiments of the type proposed by Bohm and Aharonov [6], in which the settings are changed during the flight of the particles, are crucial.

Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities

Alain Aspect, Philippe Grangier, and Gérard Roger

Institut d'Optique Théorique et Appliquée, Laboratoire associé au Centre National de la Recherche Scientifique, Université Paris-Sud, F-91106 Orsay, France

(Received 30 December 1981)

The linear-polarization correlation of pairs of photons emitted in a radiative cascade of calcium has been measured. The new experimental scheme, using two-channel polarizers (i.e., optical analogs of Stern-Gerlach filters), is a straightforward transposition of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm *gedankenexperiment*. The present results, in excellent agreement with the quantum mechanical predictions, lead to the greatest violation of generalized Bell's inequalities ever achieved.

PACS numbers: 03.65.Bz, 35.80.+s

In the well-known Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm *gedankenexperiment*¹ (Fig. 1), a source emits pairs of spin- $\frac{1}{2}$ particles, in a singlet state (or pairs of photons in a similar nonfactorizing state). After the particles have separated, one performs correlated measurements of their spin components along arbitrary directions $\vec{a}$ and $\vec{b}$. Each measurement can yield two results, denoted

± 1 ; for photons, a measurement along $\vec{a}$ yields the result $+1$ if the polarization is found parallel to $\vec{a}$, and -1 if the polarization is found perpendicular. For a singlet state, quantum mechanics predicts some correlation between such measurements on the two particles. Let us denote by $P_{\pm\pm}(\vec{a}, \vec{b})$ the probabilities of obtaining the result ± 1 along $\vec{a}$ (particle 1) and ± 1 along $\vec{b}$ (particle 2). The quantity

$$E(\vec{a}, \vec{b}) = P_{++}(\vec{a}, \vec{b}) + P_{--}(\vec{a}, \vec{b}) - P_{+-}(\vec{a}, \vec{b}) - P_{-+}(\vec{a}, \vec{b}) \quad (1)$$

is the correlation coefficient of the measurements on the two particles. Bell² considered theories explaining such correlations as due to common properties of both particles of the same pair; adding a locality assumption, he showed that they are constrained by certain inequalities that are not always obeyed by the predictions of quantum mechanics. Such theories are called "realistic local theories" and they lead to the generalized Bell's inequalities³

$$-2 \leq S \leq 2, \quad (2)$$

where

$$S = E(\vec{a}, \vec{b}) - E(\vec{a}, \vec{b}') + E(\vec{a}', \vec{b}) + E(\vec{a}', \vec{b}')$$

involves four measurements in four various orientations. On the other hand, for suitable sets of orientations,⁴ the quantum mechanical predictions can reach the values $S = \pm 2\sqrt{2}$, in clear contradiction with (2): Quantum mechanics cannot be completed by an underlying structure such as "realistic local theories."

Several experiments with increasing accuracy have been performed, and they clearly favor quantum mechanics.^{5,6} Unfortunately, none allowed a direct test using inequalities (2), since none followed the scheme of Fig. 1 closely enough. Some experiments were performed with pairs of pho-

tons (or of protons). But no efficient analyzers are available at such energies, and the results that would have been obtained with ideal polarizers are deduced indirectly from Compton scattering experiments. The validity of such a procedure in the context of Bell's theorem has been criticized.^{7,8}

There are also experiments with pairs of low-energy photons emitted in atomic radiative cascades. True polarizers are available in the visible range. However, all previous experiments involved single-channel analyzers, transmitting one polarization ($\vec{a}$ or $\vec{b}$) and blocking the orthog-

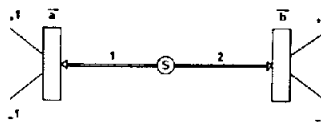


FIG. 1. Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm *gedankenexperiment*. Two spin- $\frac{1}{2}$ particles (or photons) in a singlet state (or similar) separate. The spin components (or linear polarizations) of 1 and 2 are measured along $\vec{a}$ and $\vec{b}$. Quantum mechanics predicts strong correlations between these measurements.

Albert og den gode smag

af Hans Henrik Thodberg

Et drama i 5 akter om kvantemekanik og filosofi

Mine Damer og Herrer! De skal nu overvære en duel mellem udfordreren A (Albert) og den bestående verdensmester B (Bohr). (NB. Enhver lighed med nulevende eller afdøde personer er utilsigtet omend uundgåelig).

B er randen med succes. Veltilpas sidder han solidt placeret i det pane selskab. Det er manden med den gode smag og de sikre meninger.

Udfordreren A er en out-sider. En blanding af respekt og afsky er knyttet til hans person. Hvorfor tager den mand aldrig ved lære? spørger folk.

B har fostret Kvantemekanikken og hermed skal forstås Københavnfortolkningen. Den siger, at det eneste der eksisterer, er vekselvirkninger og processer. Enhver tale om et objekts egenskaber uafhængigt af en proces er meningsløs!

A har ikke bidraget meget til Bs arbejde, men han har en højst irriterende uvane med at komme med geniale indsigelser på de mest upassende tidspunkter.

Duellen starter med, at A beskriver et isoleret system hvorom han, uden at forstyrre, det med 100% sikkerhed kan forudsige resultatet af en fysisk størrelse. Derfor, hævder A, eksisterer der en egenskab for systemet, et element af virkeligheden, der modsvarer denne information! (realisme).

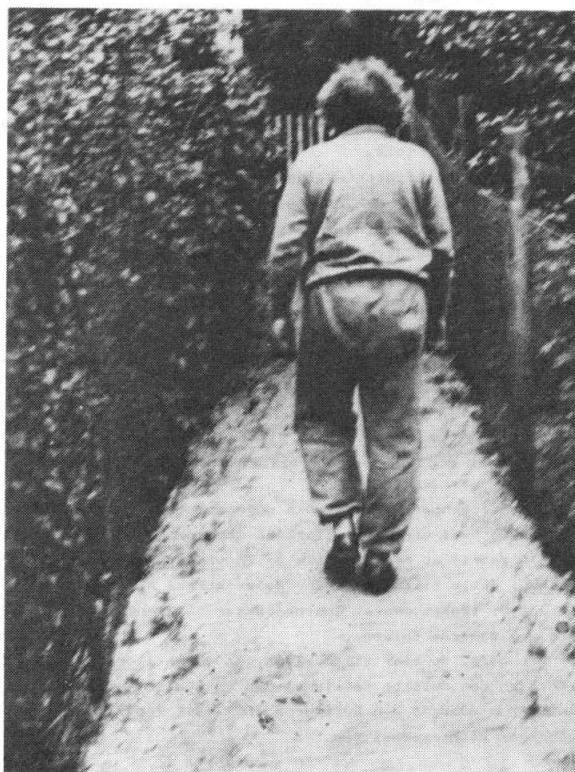
Situationen er kritisk. Den gode stemning i selskabet er spoleret. Og hvad værre er, flere af damerne er tilbøjelige til at give A ret i, at man kan tale om en virkelig eksisterende egenskab i dette tilfælde. B fortæller straks A, at han har overtrådt Bs regler om, at kun processer har mening, men A er stadig, og damerne fniser.

Der gøres nu klar til duellen. Als våben (lokal-realisme) er (foruden den omtalte realisme) den antagelse, at ingen virkning kan udbrede sig hurtigere end lyset (lokalitet). Os våben er kvantemekanikken.

+) Uddrag af artikel i fysiktidsskriftet "GAMMA" (nr.51 1982) .

Dommeren er Alain Aspect, en fransk eksperimentator, som er udstyret med en klokke (Bell) og et par solbriller. Kampens dramatik og diskussionen af udfaldet kan man høre om nedenfor, lad det blot være sagt at A tabte. Men hermed slutter dramaet ikke. Thi mens B mener, at det er realismen, som er forkert, tror damerne, at det er lokaliteten, og diskussionen går videre.

5. Akt. A er slået, lokal-realismen er tilbagevist, og han slikker sine sår og ransager sit våben for at finde ud af, hvad der gik galt. B er ikke overrasket over sin sejr og har hele tiden hævdet, at As realitetsbegreb strider mod god smag. Men nogle foretrækker i stedet at opgive lokaliteten, og diskussionen går ind i en ny runde.



Einstein out ?

§ 21 Verden efter Aspect

Udfaldet af Aspect's forsøg viser entydigt, at den lokal-realistiske opfattelse af omverden må opgives.

Dette kan dog gøres på i hvert fald to forskellige måder :

- (a) ved alene at opgive realismen (se side 68)
- (b) ved alene at opgive lokaliteten (se side 67).

Konsekvenser af at opgive realismen :

Man opgiver for altid at beskrive de atomare systemer og processer på et mere fundamentalt niveau end det, som kvantemekanikken allerede i dag tillader. Der er ligesom sat et stopskilt op med teksten : "Du kan skaffe dig indsigt i mikroverden ved at måle, men hvad der sker imellem dine målinger, kan du aldrig få at vide".

Det skal understreges, at disse konklusioner kun refererer til atomare fænomener, og ikke kritikløst kan overføres til den velkendte makroskopiske omverden. (Månen er der altså, uanset om nogen kigger på den eller ej).

Konsekvenser af at opgive lokaliteten :

I dette tilfælde tillader man såkaldte ikke-lokale fænomener. Med dette menes, at rumligt adskilte begivenheder øjeblikkeligt kan indvirke på hinanden. I følge denne tankegang er det altså tænkeligt, at begivenheder på Månen kan påvirke samtidige begivenheder på Jorden. Man taler meget malende om "spooky-action-at-a-distance".

Hvis eksistensen af sådanne ikke-lokale korrelationer accepteres, kan Bohm's tankeeksperiment udmærket underkastes

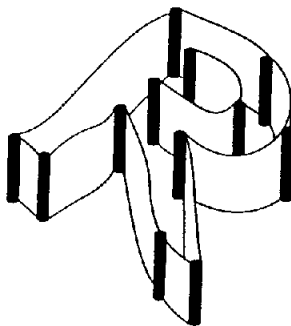
en realistisk analyse : Makkerne i et protonpar antages ikke direkte at besidde instruktionssæt af typen $\uparrow\uparrow\uparrow$. De målte egenskaber (spin op/ned) skabes så at sige under selve måleprocessen. På en eller anden måde åbnes der for en (hidtil uopdaget) kommunikationskanal. Hvis den ene proton udviser "spin-op" med hensyn til en given retning, så vil den anden proton øjeblikkeligt kunne få dette at vide, hvis der er brug for det. (Behovet opstår hvis/når denne anden proton også udsættes for en måling, og derfor skal reagere med et "spin-ned"). Det sagte skulle gælde, selvom de to involverede detektorer befinder sig endog særdeles langt fra hinanden, f.ex. København - New York .

Det skal bemærkes, at det er logisk muligt at hævde, at de omtalte ikke-lokale virkninger er ukontrollable. Med dette menes, at det ikke er muligt at anvende fænomenet til at afsende brugbar information. Grunden er, at vor mand i New York godt nok ved, at hvis han måler spin-op, så måler hans kollega i København helt sikkert spin-ned, men ingen af de to eksperimentører har på forhånd nogen indflydelse på, hvor resultatet bliver henholdsvis spin-op og spin-ned. De får således ikke noget ud af at aftale, at hvis dollar-kursen på Børsen i New York falder, så skal København øjeblikkeligt modtage signalet spin-ned. København modtager jo kun dette signal, hvis New York modtager signalet spin-op (og om dette sidste er tilfældet, er udenfor New York's kontrol).

I vor vestlige kulturkreds er både realisme og lokalitet vel for de fleste næsten selvfølgelige antagelser. Så det er i hvert fald for en lægmand dybt chokerende/forvirrende at konstatere, at mindst en af disse fordomme ikke er holdbare.

Om man skal opgive realismen eller acceptere ikke-lokale fænomener, er i dag (1985) et åbent spørgsmål. Måske skal man opgive realismen ? Måske skal man opgive lokaliteten ? Måske dem begge ? Måske ligger sandheden i en raffineret kombination ? Fremtrædende videnskabsmænd i begge lejre arbejder med sagen. Erkendelsens grænser flyttes stadig.

En ting ligger dog fast. Efter Aspect's resultater er vi for altid tvunget til at give afkald på en umiddelbart begribelig opfattelse af omverden. Verden har vist sig at være langt mere sammenhængende, end hvad der nogensinde kan forstås ved lokal-realismen.



Det, som vi kalder "virkeligheden", er en kompliceret pap-maché konstruktion af fantasi og teori, tilpasset et skelet af nogle få benhårde facts (indiskutable observationer). Figuren illustrerer dette, idet bogstavet "R" symboliserer virkeligheden (Reality).

Forskellige fysiker-reaktioner på Aspect-forsøget

Professionelle fysikere har reageret meget forskelligt på Aspect's resultater.

Svorne Bohr-tilhængere har lige fra starten betragtet hele Bell/Aspect-postyret med stor undren. "Aspect-forsøget viser jo ikke andet, end at kvantemekanikken i Bohr's fortolkning er korrekt". "Det har vi da vidst hele tiden".

Som et andet yderpunkt er Bell's arbejder blevet kaldt "naturvidenskabens mest grundlæggende opdagelse" og "måske det vigtigste enkeltarbejde i fysikkens historie".

Et mere afbalanceret synspunkt har en af nutidens største begavelser, amerikaneren Richard Feynman, givet udtryk for på følgende måde :

Det har altid været svært
at forstå det verdensbillede,
som kvantemekanikken repræsenterer.

I hvert fald har det været det for mig.
Jeg er også så gammel,
at disse ting, for mig, ikke er selvfølgelige.

Okay; jeg bliver stadig lidt nervøs over det ...

I ved jo, hvordan det er.
Alle de nye ideer.
Det tager en generation eller to,
før det bliver helt klart,
at der i virkeligheden ikke er noget problem.

Jeg kan ikke formulere det virkelige problem.
Derfor tror jeg ikke, at der er noget problem.
Men jeg er ikke sikker.
Måske er der et problem ?

Øvelse 11

Nedenfor er gengivet to billeder af den belgiske maler René Magritte. Teksten lyder : "Dette er ikke en pibe" .

Hvad er det så ?

Diskutér billedernes betydning i lyset af den moderne fysiks virkelighedsopfattelse.

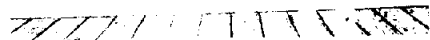


Ceci n'est pas une pipe.

Billedernes bedrag (1928/29).



De to mysterier (1966).



§ 22 Professoren tager til København

Der var en gang en professor, som udviklede en ny psykologi-test. Testen var beregnet til brug på enkeltpersoner, og den var konstrueret på en sådan måde, at den altid gav ét af to udfald : dum/klog.

Professoren testede nogle personer fra en vis udvalgt befolkningsgruppe. Han erfarede, at der var lige så mange dumme, som der var kloge.

Dette fik den ældre videnskabsmand til at sætte spørgsmålstegn ved, om testen virkelig afslørede en reelt eksisterende egenskab ved forsøgspersonerne. Måleresultatet kunne jo på forhånd også tænkes at være et mere eller mindre tilfældigt udslag af de pågældende forsøgspersoners øjeblikkelige sindsstemning (?). Hvis dette sidste virkeligt var tilfældet, så måtte måleresultatet vel siges at fortælle mere om selve testen, end om forsøgspersonerne.

Til sin store glæde opdagede professoren nu noget bemærkelsesværdigt. Sammenlignede han nemlig ægtefællers svar, viste det sig, at de altid optrådte i kombinationen dum/klog!

Dette inspirerede professoren til et meget omfattende projekt. Han fremstillede i hemmelighed tre forskellige tests A, B og C (alle med lignende egenskaber som beskrevet ovenfor).

Et stort antal ægtefæller blev herefter efter tur anbragt i hver deres rum, således at de var helt uden mulighed for at komme i kontakt med hinanden. De respektive forsøgspersoner fik så på et tilfældigt valgt tidspunkt tildelt en af de tre tests. Både valg af tidspunkt og af test blev efter lodtrækning afgjort af to uafhængigt arbejdende forsøgsledere. Forsøgspersonerne skulle hermed ikke på nogen måde kunne meddele sig til hinanden.

Resultatet af professorens anstrengelser : Når ægtefæller blev udsat for den samme test (f.ex. begge A), så var udfaldet altid dum/klog; aldrig dum/dum eller klog/klog !

Lignende forhold gjorde sig gældende ved test B og ved test C.

Udfra dette sluttede professoren, at testen virkelig afspejlede et træk hos forsøgspersonerne; et træk, som var til stede før målingen, og hvis eksistens endvidere var uafhængig af, om der overhovedet blev foretaget nogen måling. En forsøgsperson skulle følgelig allerede inden testen besidde netop én af egenskaberne dum/klog.

På baggrund af denne indsats tog professoren en tur til København for at holde et foredrag.

Da han havde redegjort for sin metode, og fremlagt sine konklusioner, stak en ung københavner pludselig to advarselsskilte i vejret :

"KORTET ER IKKE LANDSKABET" og "GIV AGT ! TELEPATI" .

Professoren tænkte og tænkte, men han måtte på et tidspunkt modstræbende indrømme, at han ikke med rent logiske argumenter kunne tilbagevise den rejste kritik. (Som den realistiske mand han var, havde han dog på fornemmelsen, at der ikke var nogen grund til at tage skilt nr. 2 særlig alvorligt).

Med hensyn til det første skilt vidste professoren ikke rigtigt; men da klokken ringede, fik han en idé : Han ville skynde sig hjem og undersøge i hvor høj grad, der var korrelation mellem forsøgsresultaterne fra ægtefæller, som havde været udsat for forskellige tests.

Denne reaktion var den unge københavner-aktivist helt tilfreds med. Han skrev på tavlen : Københavner-fortolkningen er svaret ! ---men hvad er egentlig spørgsmålet ?

Information

Mystisk fysik

DER ER BESTEMT ikke uden grund, at mange fysikere har haftet betegnelsen »århundredets vigtigste forsøg« på det eksperiment, en gruppe franske fysikere under ledelse af Alain Aspect i sommer bår faldført. Selv uden at resultatet var kendt, stod det klart, at dette eksperiment ville være så langt det mest vidtrækkende fysiske forsøg, der kunne udføres i vor tidsalder. Der var kun to mulige udfald på forsøget, der er frugten af over 50 års teoretisk og eksperimentelt udviklingsarbejde til besvarelse af det mest fundamentale spørgsmål, den fysiske videnskab nogen sinde har stillet sig selv: Kan verden fundamentalt set forstås således, som den vestlige kultur nu har forsøgt at gøre det gennem de sidste to årtusinder? Eller er verden mere underfuld og mærkværdig, end vi troede?

To af de største fysikere — og overhovedet åndelige personligheder — i historien stod delt i dette spørgsmål. Albert Einstein stod for den klassiske vestlige holdning, der søger at forstå universet som en mængde af enkeltdele, der kan beskrives hver for sig og læder sig forklare gennem love om årsager og virkning, der klarer, hvorledes de forskellige dele virker sammen og opbygger et univers. For Einstein, der ikke gik af vejen for at udfordre grundlæggende forestillinger om tid og rum inden for fysikken, var det helt afgørende at fastholde, at fysikken kunne beskrive verden ved hjælp af forudsigelige årsager med forudsigelige virkninger, således at vante forestillinger om verdens forudsigelighed kunne opretholdes.

Danskeren Niels Bohr var uenig med Einstein. Bohr var den åndelige leder for en international gruppe fysikere, der i 1920'erne skabte en helt ny fysik teori om atomernes verden på det daværende Institut for Teoretisk Fysik på Blegdamsvej, der i dag bærer Bohrs navn. Den nye teori om atomernes verden — den såkaldte kvantemekanik — brød med helt fundamentale forestillinger i det klassiske vestlige verdensbillede. Udforskningen af atomerne viste, at man ikke kan lave en fuldstændig årsagsbeskrivelse af verden og at en forståelse af den ikke er forenelig med at opfatte verden som opsplittede enkeltdele. Verden hænger ifølge denne »Københavnerskolen« helt fundamentalt sammen på en måde, der trods enhver vestlig idé om opsplittede, deterministisk-analytiske beskrivelser.

DE TO fysikere var nære venner, om end næsten uendeligt forskellige af åndeligt temperament. »Gud spiller ikke med terninger,« sagde Einstein i protest mod Bohrs teori om den atomare verdens tilfældigheder. »Hold op med at fortælle Gud, hvordan han skal opføre sig,« svarede Bohr.

Der var ikke tvivl i sindet hos de to fysikere om, at Bohrs atomfysik *var* det. Den viste sig på mest fremragende vis at kunne forklare alle de eksperimenter, der blev lavet for at afprøve den. Men Einstein mente bare, at teorien var ufuldstændig og at man en dag ville erkende, at der lå et årsagsprincip bag atomernes opførsel, men blot et man ikke havde forstået tidligere.

Bohr mente på den anden side, at fysikerne havde nået en grænse for erkendelsen, at verden ikke lod sig beskrive i et klassisk vestligt verdensbillede. Han lod ved sin adling det kinesiske yin-yang-symbol indgå i adelsmærket.

Siden den engagerede debat, der stod uafsluttet ved de to fysikeres død i halvtredserne og tresserne, har en række fysikere verden over arbejdet på at skabe en eksperimentel afprøvning af sagen. En række forsøg ud-

ført i sidste årti pegede næsten alle på, at Bohr ville få ret, men først med Alain Aspects forsøg var man nået så langt, at der var tale om *the crucial experiment* — afgørelsen: Kan verden forstås som adskilte enkeltdele, eller er den en helhed på et helt fundamentalt niveau?

Resultatet af Aspects eksperiment, som Dagbladet Information fredeg i forrige uge havde det privilegium at kunne offentliggøre, gav, som meddelt, Niels Bohr ret over for Albert Einstein.

Det rejser umådelige perspektiver for de kommende årtiers fysiske forskning, fordi det viser, at uoverensstemmelsen mellem atomfysikken og al anden fysik er principiel og fundamental. Det betyder formentlig — men ingen ved det endnu — at beskrivelsen af universet som et samlet hele vil blive dybt påvirket af læsnieme om de allermindeste fænomener i atomernes verden.

MEN ER perspektiverne for fysikken store, så er de ikke mindre for den vestlige kultur som helhed. Ingen af de øvrige kulturer på denne planet har anstillet et tilsvarende eksperiment til afprøvelse af, om verden er en helhed. Årsagen hertil er enkel: der eksisterer næsten ingen andre kulturer end den vestlige, der har haft en sådan forestilling om, at verden kunne beskrives som opsplittede enkeltdele. Alle østlige filosoffer ville således hævde, at kende resultatet af Aspect-eksperimentet på forhånd, hvis de overhovedet mente, at det havde nogen interesse.

Det hævdes derfor stadig oftere, at den vestlige fysik blot er nået til samme indsigter som den østlige mystik, blot med et par årtusinders forsinkelse. Det er en påstand, der både er rigtig og forkert. Den indsigt, der bevises gennem Aspects eksperiment, ligner i utrold grad østlige visdomme.

Men det, der siges, er ikke det samme. Fysikken taler om fysik og mystikken om mystik. Det er muligt, at der kommer næsten parallelle sproglige udsagn ud af de to traditioner, men derfor behøver det ikke at fortælle ret meget om, hvad de to traditioner hver især taler om. Fællestrækkene skyldes snarere, at begge traditioner taler om hændelser så fjern fra hverdagsverdenen, at hverdagsproget bryder sammen, når de skal beskrives.

Fysikken har ikke med dette nye, afgørende eksperiment bevist hverken holisme, parapsykologi, buddhisme eller taoisme. Slet ikke.

Hvad fysikken har bevist er, at en erkendelsesvej, der bygger på delene snarere end helheden, vil bryde sammen, når den forfines tilstrækkeligt. Den vestlige fysik har været et grandios forsøg på at forstå universet i vestlige termer. Forsøget har været frygtindgydende vellykket, vurderet ud fra dets teknologiske og militære anvendelighed. Og det har været frygtindgydende vellykket, vurderet ud fra dets erfaring om grænserne for en erkendelse baseret på analyse og del-tænkning.

Og dermed har den vestlige kultur overladt mennekeheden en erfaring. En erfaring om grænserne for erkendelse og en erfaring om landet bag disse grænser.

Man kan opfatte det som en kulturhistoriens ironi. Eller man kan opfatte det som det hidtil mægtigste udtryk for evne til selvforståelse og følelsesmod over for grænserne for egen udfoldelseskraft, som ellers er den vestlige kulture dybeste mangl.

Fysikken er nået til en menneskelig besindelse over for universet.

Med den vestlige civilisation som udgangspunkt, tjener det fysikken til ære, at den er nået så vidt. T.N.

⁺) Leder i Information 26/10-82 (Tor Nørretranders)

STORE ØVELSER

Stor øvelse 1

Computer-simulation af »Random-walk«

I Øvelse 3 har du fået en fornemmelse af, hvor tidskrævende det ville være rent eksperimentelt at undersøge, hvorledes $\langle x \rangle$ og $\langle x^2 \rangle$ i en Random-Walk afhænger af antal skridt, N .

Men ved hjælp af en mikrodatamat eller en programmerbar lommeregner kan man forholdsvis nemt og hurtigt simulere et stort antal forsøg, og således spare en masse tid og besvær.

Lav et program, der for $N = 1, 2, \dots, 20$ simulerer en Random-Walk (sæt $L = 1$).

Gentag f.ex. 500-1000 gange, og noter for hvert N : $\langle x \rangle$ og $\langle x^2 \rangle$.

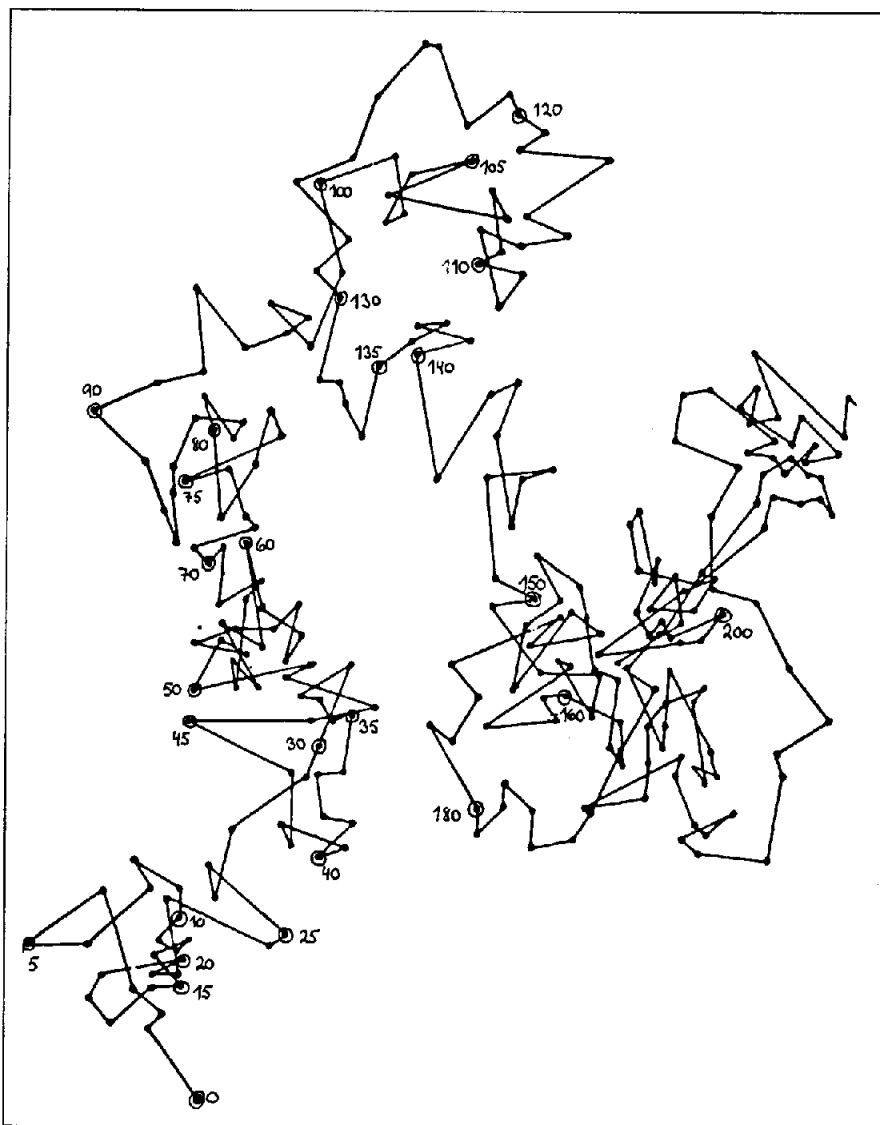
Nedenfor er et forslag til et sådant program skrevet i computersproget Comal-80. Dette kan måske inspirere dig.

Diskutér resultaterne..

```
0010 // PROGRAM RANDOM WALK
0020 PRINT
0030 INPUT "maximale antal skridt ? ": m
0040 INPUT "antal gentagelser ? ": g
0050 PRINT
0060 PRINT "*****"
0070 PRINT
0080 PRINT TAB(10), "RANDOM WALK"
0090 PRINT
0100 PRINT "(antal gentagelser = "; g; ")"
0110 PRINT
0120 PRINT
0130 PRINT " n", TAB(7), "<x>", TAB(14), "<x^2>", TAB(21), "sqr<x^2>"
0140 FOR n:=1 TO m DO
0150   s:=0; s2:=0
0160   FOR j:=1 TO g DO
0170     x:=0
0180     FOR i:=1 TO n DO
0190       p:=RND(0,1)
0200       IF p=0 THEN p:=-1
0210       x:=x+p
0220     ENDFOR i
0230     s:=s+x; s2:=s2+x*x
0240   ENDFOR j
0250   format:="###.## -###.## -###.##"
0260   PRINT
0270   PRINT USING format: s, s/g, s2/g, SQR(s2/g)
0280 ENDFOR n
0290 PRINT
0300 STOP "*****"
```

Stor øvelse 2

Eksperimentel undersøgelse af Einstein's ligning



Brownske bevægelser. Her ses bevægelsen af en partikel, sådan som den tager sig ud, når den fotograferes hvert tyvende sekund.
(Figuren er en forstørrelse af figuren side 7).

På figuren forrige side er visse af partiklens positioner nummererede. F.ex. svarer prik nr. 10 til partiklens position efter $10 \times 20 \text{ sek.} = 200 \text{ sek.}$

(a) Udmål ved hjælp af en lineal nedenstående afstande a .

Nøjagtighed : 0.1 cm .

(afstanden mellem prik nr. 0 og prik nr. 10)

I		0 - 10	10 - 20	20 - 30		90 - 100
a	cm					
a ²	cm ²					

Udregn herefter $\langle a^2 \rangle$.

Det, som du her har beregnet, er et mål for gennemsnittet af 10 målte værdier for r^2 , når $t=200 \text{ sek.}$

Idet figurens skalaforhold er 1:800, skal du omsætte $\langle a^2 \rangle$ til de virkelige afstande : $\langle r^2 \rangle = ?$ (enhed m^2).

Udregn nu K for den betragtede partikel under de givne omstændigheder.

(b) Udfyld nedenstående tre skemaer. Udmål igen med nøjagtigheden 0.1 cm .

II		0 - 5	5 - 10	10 - 15		45 - 50
a	cm					
a ²	cm ²					

$t = ?$ $\langle a^2 \rangle = ?$ $\langle r^2 \rangle = ?$

III		0 - 15	15 - 30	30 - 45		135-150
a	cm					
a ²	cm ²					

$t = ?$ $\langle a^2 \rangle = ?$ $\langle r^2 \rangle = ?$

IV		0 - 20	20 - 40	40 - 60		180-200
a	cm					
a ²	cm ²					

$$t = ? \quad \langle a^2 \rangle = ? \quad \langle r^2 \rangle = ?$$

(c) Tegn en $(t, \langle r^2 \rangle)$ -graf.

Hvilken lovmæssighed søges her eftervist ?

Brug grafen til at finde en pålidelig værdi for K.

(d) Beskriv hvordan man kan undersøge K's kvantitative afhængighed af temperaturen, partiklernes størrelse,...

At undersøgelsen skal være kvantitativ betyder, at

man f.ex. ikke blot skal kunne afgøre, om K vokser

eller aftager med stigende temperatur; men også

hvordan K vokser/aftager med temperaturen (lineært,

kvadratisk, ...).

Stor øvelse 3

Gnidning i væsker

Et lille kugleformet legeme udsættes i en væske for
gnidningskraften

$$F_{\text{gn}} = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \quad .$$

Kommentar : F_{gn} vokser (proportionalt) med partiklens radius (r) og med partiklens hastighed (v). Konstanten η (viskositeten) er et mål for den pågældende væskes "gnidningsmodstands-evne". Hvis du vil, kan du udmærket betragte dette som definitionen på en væskes viskositet.

Hvis en kugle under tyngdekraftens indflydelse falder ned gennem en væske, vil kuglen være påvirket af tre kræfter : tyngdekraften, opdriften og gnidningskraften.

$$F_{\text{tyng}} = m \cdot g = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{\text{kugle}} \cdot g \quad .$$

$$F_{\text{op}} = 4/3 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{\text{væske}} \cdot g \quad .$$

$$F_{\text{gn}} = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \quad .$$

(a) Begrund, at kuglen efter en vis tid vil bevæge sig i en jævn bevægelse (altså med konstant hastighed).

(b) Vis, at denne grænsehastighed, v_g , er givet ved

$$v_g = \{(\rho_{\text{kugle}} - \rho_{\text{væske}}) \cdot g \cdot r^2\} / (4.5 \cdot \eta) \quad .$$

Angiv herefter en metode til at måle en væskes viskositet.

- (c) Er kuglen til at begynde med ($t=0$) i hvile, er kuglens tilbagelagte strækning og dens øjeblikkelige hastighed givet ved :

$$s = v_g \cdot t - v_g / \alpha \cdot (1 - e^{-\alpha t})$$

$$v = v_g \cdot (1 - e^{-\alpha t})$$

$$\alpha = (4.5 \cdot \eta) / (r^2 \cdot \rho_{\text{kugle}})$$

Numerisk eksempel : Stålkugle i glycerol.

$$\rho_{\text{væske}} = 1.26 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad \eta_{\text{væske}} = 1.49 \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$$

$$\rho_{\text{kugle}} = 7.8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad r = 0.10 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Udregn v_g .

Udregn α .

Udregn hvor lang tid det varer inden hastigheden, v , er vokset op til 99.9% af v_g .

Udregn hvor langt kuglen falder i dette tidsrum.

- (d) Differentier udtrykket $s = v_g \cdot t - v_g / \alpha \cdot (1 - e^{-\alpha t})$ to gange med hensyn til t .
Vis herefter, at udtrykkene i (c) virkelig er løsninger til problemet.

- (e) En betingelse for, at gnidningsloven 90.1 kan anvendes, er : $r \cdot \rho_{\text{væske}} \cdot v \ll \eta$.
Er dette opfyldt i vores numeriske eksempel ?

- (f) Hvis man bruger vand i stedet for glycerol er

$$\rho_{\text{væske}} = 1.00 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \text{ og } \eta_{\text{væske}} = 1.002 \cdot 10^{-3} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$$

Svar med disse nye værdier igen på spørgsmål (c).

(g) Svar igen på (e).

Konklusion ?

Stor øvelse 4

Numerisk løsning af bevægelsesligninger

I § 9 opstillede vi nogle ligninger, som satte os i stand til at forudberegne en klassisk partikels fremtidige bevægelse.

For at kunne gennemføre noget sådant, kræves kendskab til den resulterende kraft på partiklen, samt eksakt viden om partiklens position og hastighed til mindst et bestemt tidspunkt.

Metoden gik ud på at gennemløbe følgende procedure gang efter gang (se side 28) :

$$(1) \quad a(t) = F_{\text{res}}(t)/m .$$

$$(2) \quad v(t + \Delta t) = v(t) + a(t) \cdot \Delta t . \quad (\Delta t \text{ "lille"}).$$

$$(3) \quad s(t + \Delta t) = s(t) + \frac{1}{2}\{v(t) + v(t + \Delta t)\} \cdot \Delta t .$$

Denne slags beregningsopgaver er særdeles velegnede til løsning ved hjælp af en computer.

Overfor er vist, hvorledes de gentagne beregninger i formlerne (1)-(3) eksempelvis kan oversættes til et data-

sprog (her er det Comal-80).

```

0060 REPEAT
0070   a:=f(t)/m           a(t) = Fres(t)/m
0075
0080   v2:=v1+a*dt         v(t+Δt) = v(t) + a(t)·Δt
0085
0090   s2:=s1+(v1+v2)/2*dt  s(t+Δt) = s(t) + ½{v(t)+v(t+Δt)}·Δt
0095
0100   t:=t+dt
0105
0110   s1:=s2; v1:=v2
0115
0140 UNTIL t>2

```

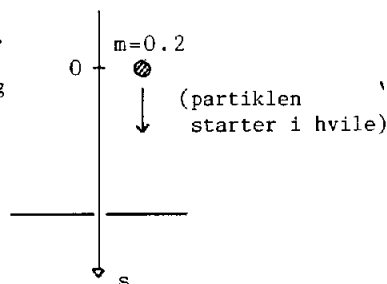
I det frie fald er $F_{\text{res}}(t) = m \cdot g$. Dette indsættes i linie 0070 (se nedenstående program). Endvidere benyttes begyndelsesbetingelserne $s=0$ og $v=0$ (linie 0020).

At sættes til 0.001 (linie 0030).

Sammenhørende værdier for t , v og

s skrives ud hvert tiendedel-

sekund (linie 0120).



```

0005 // FRIT FALD
0006 //
0010 m:=.2
0020 v1:=0; s1:=0; t:=0
0030 dt:=1e-03
0040 beregn:
0050 t1:=0
0060 REPEAT
0070   a:=m*9.82/m
0080   v2:=v1+a*dt
0090   s2:=s1+(v1+v2)/2*dt
0100   t:=t+dt
0110   s1:=s2; v1:=v2
0120   t1:=t1+dt
0140 UNTIL t1>.099
0150 PRINT USING "t = -###.## sek": t
0160 PRINT USING "v = -###.## m/s": v1
0170 PRINT USING "s = -###.## m": s1
0180 PRINT
0190 IF t<=2.5 THEN GOTO beregn
0200 STOP

```

Det første af
kørselsudskriften :

t = 0.10 sek
v = 0.98 m/s
s = 0.05 m

t = 0.20 sek
v = 1.96 m/s
s = 0.20 m

t = 0.30 sek
v = 2.95 m/s
s = 0.44 m

t = 0.40
v = 3.92
s = 0.68

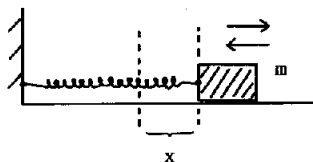
- (a) Forklar omstående programs virkemåde.
- (b) Hvis du har mulighed for det, så prøv at indtaste, samt at køre "Frit fald programmet".
- (c) Forestil dig, at en partikel, der er fastgjort til en fjeder, bliver trukket et stykke væk fra ligevægtstil-lingen, hvorefter den slippes. Partiklen vil så udføre en (harmonisk) svingning.

Kraften på partiklen er i denne situation givet ved $F = -k \cdot x$. k er en konstant (fjederkonstanten), og x angiver partiklens øjeblikkelige udtræk fra ligevægt. I dette tilfælde sættes $k = 6.0 \text{ (N/m)}$.

Begyndelsesbetingelser :

Partiklen i hvile.

Afstand fra ligevægt : $+ 0.30 \text{ (m)}$.



Ret lidt i "Frit fald programmet", så det kan bruges i den her skitserede situation.

Du skal rette i linie 0020, og i linie 0070 .

Kør herefter programmet.

Kommentér.

- (d) I Stor Øvelse 3 blev en lille kugles bevægelse i en væske omtalt. Den resulterende kraft på partiklen

vistes der at være givet ved

$$F_{\text{res}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g \cdot \{\rho_{\text{kugle}} - \rho_{\text{væske}}\} - 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v .$$

Vi får

$$a = F_{\text{res}}/m = F_{\text{res}}/(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{\text{kugle}}) \Leftrightarrow$$

$$a = \{\rho_{\text{kugle}} - \rho_{\text{væske}}\} / \rho_{\text{kugle}} \cdot g - 4.5 \cdot \eta \cdot v / (r^2 \cdot \rho_{\text{kugle}}) .$$

Benyt i det følgende de værdier for ρ_{kugle} , $\rho_{\text{væske}}$, r og η , som er angivet i Stor Øvelse 3 (spørgsmål c).

(Med disse værdier bliver partiklens masse ikke 0.2 kg).

Begyndelsesbetingelser :

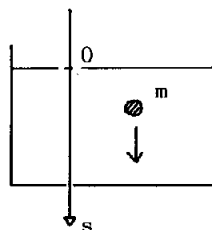
Partiklen i hvile, og $s = 0$.

Justér "Frit fald programmet",

således at det kan bruges i

denne nye situation. Ret i

linierne 0020 og 0070.



Endvidere :

Sæt $\Delta t = 0.0001$, og få for hvert tusindedel-sekund af bevægelsen en udskrift af værdierne for v og s (med henholdsvis 5 og 6 decimalers nøjagtighed).

Stand, når $t > 0.025$ (sek) .

Sammenhold kørselsudskriften med de analytiske beregninger fra den pågældende øvelse.

Stor øvelse 5

Det virkelige dobbeltspalte-eksperiment

Nedenfor er gengivet uddrag af Claus Jönsson's originale artikel om dobbeltspalte-eksperimentet (udført med elektroner). Læs.

Zeitschrift für Physik 161, 454-474 (1961)

Aus dem Institut für Angewandte Physik der Universität Tübingen

Elektroneninterferenzen an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten

Von

CLAUS JÖNSSON

Mit 14 Figuren im Text

(Eingegangen am 17. Oktober 1960)

A glass plate covered with an evaporated silver film of about 200 Å thickness is irradiated by a line-shaped electron-probe in a vacuum of 10^{-4} Torr. A hydrocarbon polymerisation film of very low electrical conductivity is formed at places subjected to high electron current density. An electrolytically deposited copper film leaves these places free from copper. When the copper film is stripped a grating with slits free of any material is obtained. 50 μ long and 0.3 μ wide slits with a grating constant of 1 μ are obtained. The maximum number of slits is five. The electron diffraction pattern obtained using these slits in an arrangement analogous to Young's light optical interference experiment in the Fraunhofer plane and Fresnel region shows an effect corresponding to the well-known interference phenomena in light optics.

1. Einführung

In den letzten Jahren sind mehrere Interferenz- und Beugungsversuche der Lichtoptik in die Elektronenoptik übertragen worden:

Die Beugung an der Halbebene¹, die Beugung an verschiedenen ge-

I engelsk oversættelse :

This paper is a report of the transfer of yet another interference experiment from light optics to electron optics: the diffraction of electron waves at a single slit and at periodic arrangements of up to five slits. This experiment yields for the first time three-, four-, and five-slit diffraction patterns in electron optics.

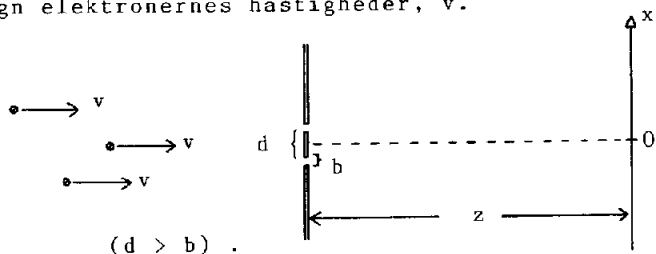
The design of these multiple-slit diffraction experiments has encountered some technical difficulties which have until now prevented them from being realized. First of all there are the difficulties associated with the small wavelength of the electron beam. One must work with

moderately fast electrons in order to obtain reasonable results. In this experiment we have used electrons accelerated through 50 kV with a corresponding deBroglie wavelength of 0.05 Å.

slits. The diffraction pattern is projected onto the observation plane, located 350 mm beyond the slits, by means of a rotationally symmetric electrostatic lens of large focal length.

The diffraction pattern produced in the plane of observation is still so small that it must be subsequently enlarged electron-optically up to 100 times before it can be easily viewed on the fluorescent screen with the aid of a ten-power optical microscope. The electron-optical enlarge-

- (a) Find i artiklen de af Jönsson benyttede værdier for b , d , z og E_{kin} (for elektronerne)
Beregn elektronernes hastigheder, v .



- (b) Den teoretiske udledte formel for intensitetsfordelingen er :

$$I(x) = 4 \cdot \cos^2(\pi \cdot x / \tilde{d}) \cdot \frac{\sin^2(\pi x / \tilde{b})}{(\pi \cdot x / \tilde{b})^2} , \text{ hvor}$$

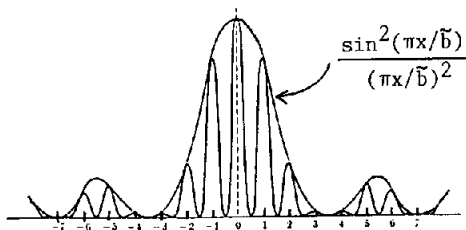
$$\tilde{d} = (\lambda \cdot z) / d \quad \tilde{b} = (\lambda \cdot z) / b \quad \lambda = h / (m \cdot v) .$$

Udregn λ , samt $\tilde{d}$ og $\tilde{b}$.

Tegn herefter, ved hjælp af en række støttepunkter, grafen for $I(x)$. Brug 1μ som enhed på første-aksen.
Sammenlign denne graf med fotografiet side 41.

- (c) På figuren ses en typisk graf for en funktion af typen

$$f(x) = \cos^2(\pi \cdot x / \tilde{d}) \cdot \frac{\sin^2(\pi \cdot x / \tilde{b})}{(\pi x / \tilde{b})^2} , \quad \tilde{d} < \tilde{b} .$$



Hvordan kan man på en sådan graf aflæse $\tilde{d}$ og $\tilde{b}$?

Hvilken betydning har $\tilde{d}$ og $\tilde{b}$ så for stribemønstreet på den fotografiske plade ?

- (d) Angiv realistiske værdier for b , d og z , således at det er muligt med det blotte øje at observere et lys-stribemønster på en skærm ($\lambda \approx 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$) .

- (e) Fra Jönsson's artikel :

If the dimensions involved in this experiment were scaled into the realm of light optics, a slit width of 5 cm and a grating spacing of 20 cm would be required since the wavelength of light is 10^8 times greater than that of 50 kV electrons. The distances between the source and the slits and between the slits and the observation plane would be 30 km and 40 km, respectively. The

Kommentér.

Appendiks A

I dette appendiks vil vi udlede et udtryk for proportionalitetskonstanten, K , i Einstein's ligning :

$$\langle x^2 \rangle = K \cdot t \quad (\text{jvf. ligningerne 13.1 og 22.1}).$$

Differentieres $\langle x^2 \rangle$ med hensyn til t fås :

$$\begin{aligned} \langle x^2 \rangle &= K \cdot t \Rightarrow \frac{d}{dt} \langle x^2 \rangle = K \Rightarrow \overset{*)}{\langle \frac{d(x^2)}{dt} \rangle} = K \Leftrightarrow \\ \langle 2 \cdot x \cdot \frac{dx}{dt} \rangle &= K \Leftrightarrow \langle x \cdot v \rangle = K/2 . \end{aligned}$$

Der differentieres en gang til :

$$\begin{aligned} \langle x \cdot v \rangle &= K/2 \Rightarrow \frac{d}{dt} \langle x \cdot v \rangle = 0 \Rightarrow \overset{*)}{\langle \frac{d(x \cdot v)}{dt} \rangle} = 0 \Leftrightarrow \\ \langle \frac{dx}{dt} \cdot v + x \cdot \frac{dv}{dt} \rangle &= 0 \Leftrightarrow \langle v \cdot v + x \cdot a \rangle = 0 \Leftrightarrow \\ \langle x \cdot a \rangle &= -\langle v^2 \rangle \Leftrightarrow m \cdot \langle x \cdot a \rangle = -2 \cdot \langle \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rangle . \end{aligned}$$

De to udledte formler 99.1 og 99.2 bruges nedenfor.

Betragt nu en lille kugleformet partikel opslemmet i en væske med temperaturen T . Denne partikel vil i følge "Den Kinetiske Molekylteori" ustandselig fra alle sider blive bombarderet af væskens molekyler. Disse bombardementer vil bevirke, at både samtlige væskemolekyler og den langt større testpartikel opnår den samme middelkinetiske energi

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{1}{2} \cdot k \cdot T = \frac{1}{2} \cdot R/N_A \cdot T .$$

Vi betragter kun partikels bevægelse i én bestemt retning; ellers gælder $\langle E_{kin} \rangle = 3/2 \cdot k \cdot T$.

*) Denne omskrivning er i virkeligheden ikke så triviell, som den måske umiddelbart ser ud til.

De stød, som vores partikel udsættes for, vil vi repræsentere ved en kraft, $F_{\text{stød}}$. Da partiklen tildeles skub snart fra den ene, snart fra den anden side, og eftersom dette sker på helt tilfældig måde, må denne stødkraft over et vist tidsrum i gennemsnit være nul : $\langle F_{\text{stød}} \rangle = 0$.

Udover $F_{\text{stød}}$ er partiklen i x-retningen også påvirket af en gnidningskraft, F_{gn} . $F_{\text{gn}} = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$ (se Stor Øv. 3).
Altså

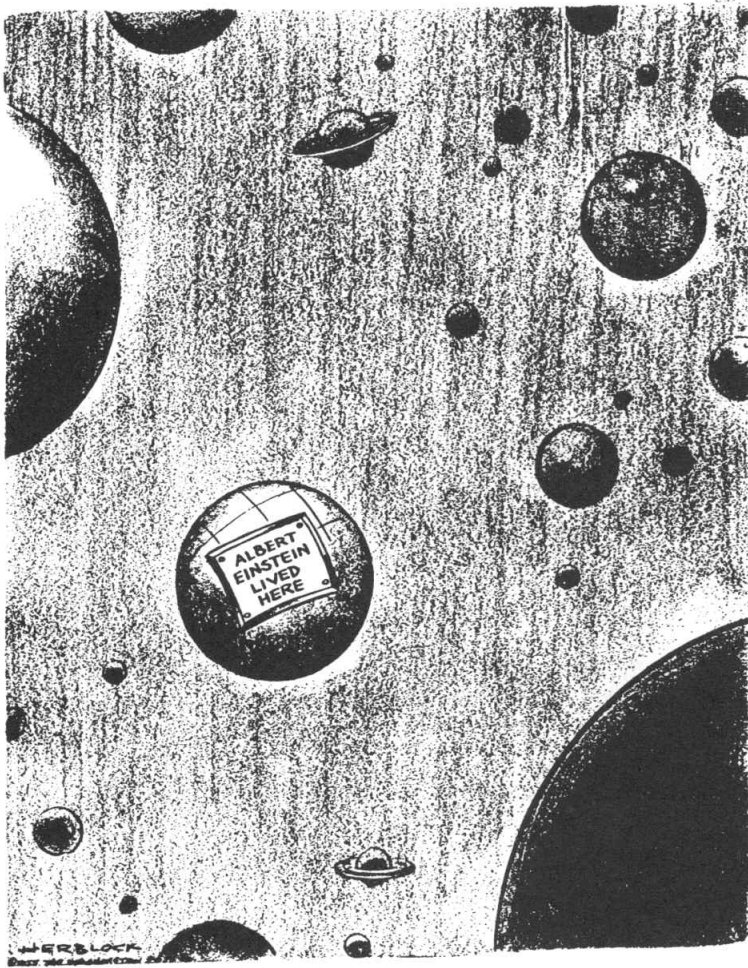
$$\begin{aligned} F_{\text{res}} &= F_{\text{stød}} - F_{\text{gn}} \Leftrightarrow \\ m \cdot a &= F_{\text{stød}} - 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \Leftrightarrow (\text{Newton 2}) \\ m \cdot a \cdot x &= F_{\text{stød}} \cdot x - 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \Rightarrow \\ \langle m \cdot a \cdot x \rangle &= \langle F_{\text{stød}} \cdot x \rangle - \langle 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \rangle \Leftrightarrow \\ m \cdot \langle a \cdot x \rangle &= 0^{+)} - 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot \langle v \cdot x \rangle \Leftrightarrow \\ -2 \cdot \langle \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rangle &= -6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot K/2 \Leftrightarrow (\text{ligning 99.1 og 99.2}) \end{aligned}$$

$$K = \frac{4 \cdot \langle \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rangle}{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r} \Leftrightarrow$$

$$K = \frac{R \cdot T}{N_A \cdot 3 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r} \quad (\text{ligning 99.3})$$

Dette er netop den i 1905 af Einstein udledte formel (se side 22).

^{+) Eftersom $F_{\text{stød}}$ og x er uafhængige, må $\langle F_{\text{stød}} \cdot x \rangle = \langle F_{\text{stød}} \rangle \cdot \langle x \rangle = 0$.}



Albert Einstein døde den 18. april 1955

Stikordsregister

Aspect, A. 71, 74, 76

Bell, J. 64, 67, 70, 71, 73

Bohm, D. 65, 67

Bohr, N. 44, 45, 52, 56, 60, 72, 84

brintatomet 42

Brown, R. 7, 20

Brown's Ubestemtheds-relation 15, 47

brownske bevægelser 7, 20, 86, 87

computer 86, 93-95

determinisme 26

Descartes, R. 32

dobbeltspalte-eksperimentet 35-38, 40, 41, 96

Einstein, A. 21, 23, 43, 45, 57, 62, 72, 75, 84

Einstein's ligning 13, 22, 87, 99

EPR 57, 61, 73, 74

Feynman, R. 80

fotoner 40, 48, 53

frie fald 29, 93

harmonisk svingning 94

Heisenberg's Ubestemtheds-relation 47, 48, 51, 53

interferens 40, 54

Jönsson, C. 39, 96

komplementaritet 52

kvantemekanik 41, 49, 71

kvantemekanik (fuldstændighed) 43, 59

Københavner-fortolkningen 44, 50, 75

Laplace, P. 30, 33

lokalitet 67, 75, 77

lokal-realisme 69, 70, 75, 79

Magritte, R. 81
mekanistisk verdensbillede 31

Platon's hule 55
Planck's konstant 48
positivistisk 23

random-walk 9, 11, 86
realisme 68, 75, 77, 79

solipsist 61
spin 65
sproget 56

tanke-eksperiment 34, 35, 65

viskositet 8, 90

Litteraturhenvisninger

Af nedenstående artikler er (1), (2) og (3) direkte læsbare på gymnasieniveau. Jeg vil især anbefale (3) som et eksempel på en fremragende popularisering af et vanskeligt emne.

(4) og (5) er begge meget pædagogiske, men lidt mere tekniske.

På dansk :

- (1) Hans Henrik Thodberg :
"Albert og den gode smag"
GAMMA nr. 51 december 1982 .
- (2) Peter Voetmann Christiansen :
"Retur til virkeligheden"
GAMMA nr. 52 marts 1983 .

På engelsk :

- (3) David Mermin :
"Is The Moon There When Nobody Looks" ?
Physics Today / April 1985 .
- (4) Dick Mattuck :
"Ghost-Like-Action-At-A-Distance"
GAMMA nr. 46 (og 47) juni 1981 .
- (5) Thomas Corwin :
"Quantum Mechanics And Separability"
American Journal Of Physics / April 1984 .



ISBN 87-87229-46-3